

ШИФР 15 870

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания Горный институт

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	7	—	12	8	9	16	0	64	шестьдесят четыре	

N1

найти B:

$$B = \frac{3^{10} \cdot \frac{1}{3} + 5^4 \cdot 5^{-4} + 4}{2 + \sqrt{4} + 2 - \sqrt{3} + 2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}} \cdot 10,6 = \frac{8}{4+2} \cdot 0,6 = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{5} = 0,8$$

$$A = 10B$$

$$A = 0,8 \cdot 10 = 8$$

Ответ: {8} +

N2

X - объём I в м³

y - объём II в м³

P - производительность насоса в $\frac{\text{м}^3}{\text{ч}}$

~~$$\frac{X}{P} + \frac{y}{3P}$$~~

$$\begin{cases} \frac{X}{4P} + \frac{y}{12P} = 11 \\ \frac{X}{3P} + \frac{y}{9P} = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{X}{P} + \frac{y}{3P} = 44 \\ \frac{X}{P} + \frac{3y}{4P} = 54 \end{cases} \quad \frac{3y}{4P} - \frac{y}{3P} = 10, \quad \frac{5y}{12P} = 10 \quad ; \text{найдем коэф. } \frac{y}{3P}; \text{ найдем}$$

$$\frac{5y}{12P} \cdot \frac{4}{5} = 10 \cdot \frac{4}{5} \quad \frac{y}{3P} = 8$$

Ответ: {8} +

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$


ШИФР 15 870

введем систему координат, ^{н3} т. А - начало, значит

$$C(0;1)$$

$$D(7;0)$$

$$A(0;0)$$

$$B(3;1)$$

$$\overrightarrow{CD} \{7; -1\}$$

$$\overrightarrow{AB} \{3; 1\}$$

$$\cos \angle = \frac{|\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{AB}|}{|\overrightarrow{CD}| |\overrightarrow{AB}|}$$

$$\cos \angle = \frac{7 \cdot 3 - 1 \cdot 1}{\sqrt{49+1} \cdot \sqrt{9+1}} = \frac{5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}; \text{ значит } \angle = 45^\circ$$

Ответ: $\angle = 45^\circ$ +

разложим на $(\sqrt{1-x}-1)$; учтем, что $x=0$ - корень

$$(\sqrt{1+x}-1)(1-x-1) = \left(\frac{\sqrt{1-x}-1}{1}\right)x, \text{ сократим на } x$$

$$1-\sqrt{1+x} = \frac{\sqrt{1-x}-1}{1}$$

$$1-\sqrt{1+x} = \sqrt{1-x}-1$$

$$5 = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$$

$$25 = 1-x+1+1+x+2\sqrt{16(1-x^2)}$$

$$8-15x = 2\sqrt{16(1-x^2)}$$

$$8-15x \geq 0$$

$$x \leq \frac{8}{15}$$

$$64-240x+225x^2 = 64-64x^2$$

$$789x^2 - 240x = 0$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=\frac{240}{789} \end{cases} \text{ корень}$$

Ответ: $\{0\}$ +

ШИФР 15870

N6

Скорость сближения велосипедистов $13+12=25 \text{ км/ч}$, собака будет бежать пока они не встретятся, а сделают они это через t равное $\frac{75 \text{ км}}{25 \text{ км/ч}} = 3 \text{ ч}$; значит она пробежит $34 \cdot 15 \text{ км/ч} = 510 \text{ км}$

Ответ: 510 км +

N8 ОДЗ:

$$\sin x \geq \cos y$$

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases}$$

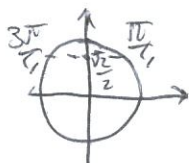
$$\sin x = \pm \sqrt{1 - \cos^2 x}$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x, \text{ значит } \cos x + \cos y = 1 - \sin x + \cos y$$

$$\sin x + \cos y = 1$$

$$\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos y \right) = 1$$

$$\sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 2\pi k \\ x + \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} + 2\pi k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases} \text{ не подходит, значит}$$

$$\begin{cases} x = 2\pi k \\ y = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{cases} \text{ не подходит ОДЗ}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k; 2\pi k \right)$$

N7

$$\sqrt{6x - x^2 - 5} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12} + \sqrt{7 - 2x}$$

$$6x - x^2 - 5 \geq 8x - x^2 - 12 + 7 - 2x + 2\sqrt{(8x - x^2 - 12)(7 - 2x)}$$

$$\sqrt{(8x - x^2 - 12)(7 - 2x)} \leq 0$$

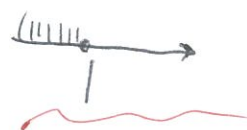
$$(8x - x^2 - 12)(7 - 2x) = 0$$

$$\begin{cases} x = 3,5 \text{ не подходит} \\ x = 2 \text{ не подходит} \\ x = 6 \text{ не подходит} \end{cases}$$

Ответ: Семеновский кем

ОДЗ:

$$\begin{cases} 7 - 2x \geq 0 \\ 6x - x^2 - 5 \geq 0 \\ 8x - x^2 - 12 \geq 0 \end{cases}$$



№9

$$x+2016=t$$

$$\frac{1}{(t-2)(t-1)} + \frac{1}{(t-1)t} + \frac{1}{t(t+1)} + \frac{1}{(t+1)(t+2)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{t(t+1)(t+2) + (t-2)(t+1)(t+2) + (t-2)(t-1)(t+2) + (t-2)(t-1)t}{(t-2)(t-1)t(t+1)(t+2)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{4t(t+1)(t+1)}{(t-2)(t-1)t(t+1)(t+2)} = \frac{1}{999999}$$

$$\frac{4}{t^2-1} = \frac{1}{999999}$$

$$t^2-1 = 4 \cdot 999999$$

$$t^2 = 4 \cdot 10^6$$

$$t = \pm 2 \cdot 10^3$$

$$\begin{cases} t = 2000 \\ t = -2000 \end{cases} \cdot \begin{cases} x+2016=2000 \\ x+2016=-2000 \end{cases} \cdot \begin{cases} x=-16 \\ x=-4016 \end{cases}$$

Ответ: $\{-16; -4016\}$ +

№10

$$f'(x) = 9x - 12 + 32 - 109$$

$$f'(x) = 20 + 99 \text{ ; т.к. } 2 < a < 4, \text{ то } f(x) \text{ всегда убывает}$$

$$f'(x) = 99x - 12x + 32 - 109$$

$$f''(x) = 99 - 12 \quad f''(a) = - \quad +$$

если $a < 3$, то $x - \text{н.ч.}$; если $x \geq 3$ то $x \leq 5$; если $a > 3,2$, то $x - \text{н.ч.}$, если $3 \leq a \leq 3,2$ то $D = 7a^2 - 150a + 202$;

в упомянутом случае порождено будет иметь пересечения с ОХ

Ответ: $(-\infty; 5)$