

$E=mc^2$



ШИФР 1 8 8 4 8

Класс 10 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.2018

Площадка написания УНИВЕРСИТЕТ ГОРНЫЙ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	3,5	4	—	12	2	12	13	0	54,5	попадает всего с условием	

№1. $A=?$ $A=10B$.

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(64^{-\frac{1}{9}}\right)^{-3}}{\left(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^2} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36} =$$

$$= \frac{3^{10} \cdot (3^3)^{-3} + 5^4 \cdot \frac{1}{5^4} + 64^{\frac{1}{3}}}{2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}+2\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}} \cdot 1 \cdot 0,6 =$$

$$= \frac{3+1+\sqrt[3]{26}}{4+2\sqrt{4-3}} \cdot 0,6 = \frac{4+4}{4+2} \cdot \frac{6}{10} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4}{5} \Rightarrow$$

$A=10B$

$\Rightarrow A=8$.

Ответ: $A=8$. +

№2.

$x\left(\frac{\text{м}^3}{\text{ч}}\right)$ — скорость ~~заполнения~~ ^{работы} одного насоса;
 $a(\text{м}^3)$ — объём первого танкера, $b(\text{м}^3)$ — объём второго танкера

Тогда по условию: $\frac{b}{3x} = ?$

$$\begin{cases} 112 \cdot 4x = a + \frac{1}{3}b \\ \frac{a}{3x} + \frac{\frac{1}{4}b}{x} = 182 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 448x - \frac{1}{3}b \\ \frac{44}{3}x - \frac{b}{9x} + \frac{b}{4x} = 182, (2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow \frac{9b-4b}{36x} = \frac{54-44}{3}x \Leftrightarrow \frac{b}{36x} \cdot \frac{5}{12} = \frac{10x}{3} \Leftrightarrow \frac{b}{36x} = 8x.$$

Пример: за 8 часов при насоса могат да се изкачат
20000 литра вода, ⁺

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(x+2014)(x+2015)} + \frac{1}{(x+2015)(x+2016)} + \frac{1}{(x+2016)(x+2017)} + \\ & + \frac{1}{(x+2017)(x+2018)} = \frac{1}{999999} \quad (x+2016) \Rightarrow a \\ \Leftrightarrow & \frac{1}{(a-2)(a-1)} + \frac{1}{a(a-1)} + \frac{1}{a(a+1)} + \frac{1}{(a+1)(a+2)} = \\ & = \frac{1}{999999} \quad \Leftrightarrow \frac{a+1+a-1}{a(a^2-1)} + \frac{a^2+a+2a+2+a^2-2a-a+2}{(a^2-1)(a^2-4)} = \\ & = \frac{1}{999999} \quad \Leftrightarrow \frac{2}{a^2-1} + \frac{2(a^2+2)}{(a^2-1)(a^2-4)} = \frac{1}{999999} \quad \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & \frac{2a^2-8+2a^2+4}{(a^2-1)(a^2-4)} = \frac{1}{999999} \quad \Leftrightarrow \frac{4(a^2-1)}{(a^2-1)(a^2-4)} = \frac{1}{999999} \\ \Leftrightarrow & a^2-4 = 4 \cdot 999999 \quad \Leftrightarrow a^2 = 4000000 \quad \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \overset{3}{9}\overset{3}{9}\overset{3}{9}\overset{3}{9}\overset{3}{9} \\ \times \\ \hline 3999996 \end{array} \quad (*) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2000 \\ a = -2000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x + 2016 \\ x = -6 \\ x = -4016 \end{cases}$$

Problem: $\{-6; -9076\}$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x \\ \cos x \geq 0 \\ \sin x - \cos y = \cos^2 x \end{cases} \quad \text{N.B. P.X. P.C.} \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x + \cos y - \cos y = \sin^2 x + \cos^2 x \\ \cos x \geq 0 \\ \cos x + \cos y = \sin^2 x \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \cos x = 1 \\ \cos x \geq 0 \\ \cos x + \cos y = \sin^2 x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = 1 \end{cases} \\ \cos x \geq 0 \\ \cos x + \cos y = \sin^2 x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = 1 \\ 1 + \cos y = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = 0 \\ 0 + \cos y = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = 1 \\ \cos y = -1 \end{cases} \\ \begin{cases} \sin x = 1 \\ \cos x = 0 \\ \cos y = 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ y = 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases} \end{cases}$$

Ответ: $\{(2\pi k; \pi + 2\pi k); (\frac{\pi}{2} + 2\pi k; 2\pi k) | k \in \mathbb{Z}\}$.

$\sqrt{7}$, РН.

$$\sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x - x^2 - 5 + 7 - 2x - 2\sqrt{6x - x^2 - 5} \cdot \sqrt{7 - 2x} \geq 8x - x^2 - 12 \\ -x^2 + 8x - 12 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{6x - x^2 - 5} \cdot \sqrt{7 - 2x} \leq -4x + 14 \\ -(x - 2)(x - 6) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{-(x - 1)(x - 5)} \cdot \sqrt{-(2x - 7)} \leq 7 - 2x \\ x \in [2; 6] \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x - 1)(x - 5)(2x - 7) \leq (2x - 7)^2 \\ x \in [2; 6] \\ x \in [1; 5] \\ x \in (-\infty; \frac{7}{2}] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 5x + 5 \leq 2x - 7 \\ x \in [2; \frac{7}{2}] \\ x = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + 12 \leq 0 \\ x \in [2; \frac{7}{2}] \\ x = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x-6) \leq 0 \\ x \in [2; \frac{7}{2}] \\ x = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in [2; 6] \\ x \in [2; \frac{7}{2}] \\ x = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \underline{x \in [2; \frac{7}{2}]}$$

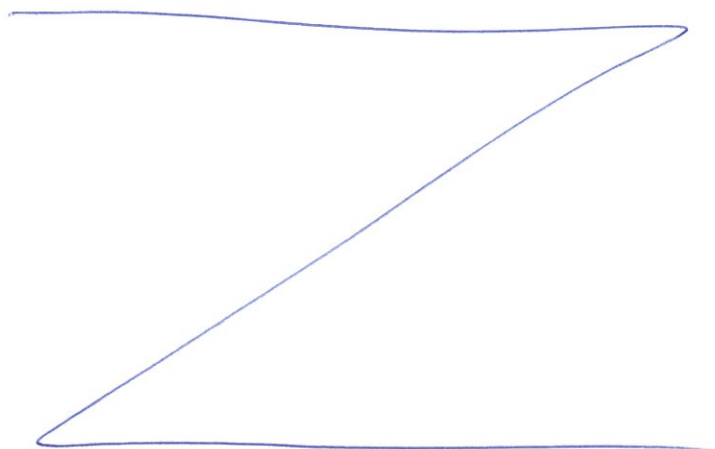
Ответ: $[2; \frac{7}{2}]$.

№6.

Найдите время, за которое велосипедисты вместе -
мотор: $t = \frac{75 \text{ км}}{12 \text{ км/ч} + 13 \text{ км/ч}} = \frac{75 \text{ км}}{25 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = 3 \text{ ч}$

За это время собака пробежала: $S = 6,15 \text{ км/ч} \cdot 3 \text{ ч} = 18,45 \text{ км/ч} = 45 \text{ км}$

Ответ: 45 километров пробежала собака. +





$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



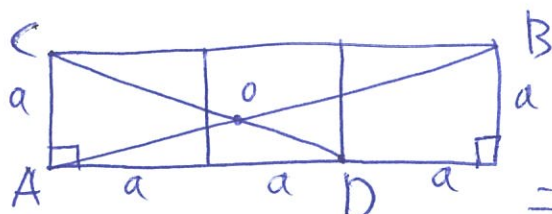
Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 18848

15

~~(1) 15~~

3



$$((AB)^{\wedge}, (CD)) = \neq \widehat{COA} =$$

$$= \widehat{OCB} + \widehat{OBC} = \widehat{CAD} + \widehat{BAD} =$$

$$= \arctg(\frac{1}{2}) + \arctg(\frac{1}{3})$$

Ответ: $((AB)^{\wedge}, (CD)) = \arctg(\frac{1}{2}) + \arctg(\frac{1}{3})$, $\pm$

4, PY.

$$(\sqrt{1+x} - 1)(\sqrt{1-x} + 1) = \frac{1}{4}x \Leftrightarrow (1+x-1)(\sqrt{1-x}+1) = \frac{1}{4}x(\sqrt{1+x}+1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ \sqrt{1-x}+1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{1+x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ \sqrt{x+1} = 4\sqrt{1-x} + 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x+1 = 16 - 16x + 9 - 24\sqrt{1-x} \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 24\sqrt{1-x} = -17x + 24 \\ x \geq -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 24 - 24x = 576 + 289x^2 - 48 \cdot 17x \\ x \geq -1 \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ 289x^2 - 792x + 552 = 0 \\ x \in [-1; 1] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x = \frac{792 \pm \sqrt{792^2 - 4 \cdot 552 \cdot 289}}{2 \cdot 289} \\ x \in [-1; 1] \end{cases} \Leftrightarrow$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x \in [-1; 1] \\ x = \frac{792 \pm \sqrt{627264 - 638112}}{2289} \end{cases} \Leftrightarrow \underline{x=0.}$$

Ответ: $\{0\}$.

$\sqrt{10}$.

$$\forall a \in (2; 4) \quad (2a-6)x^2 + (32-10a)x - a-8 < 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \forall a \in (2; 4) \quad (2a-6) \left(x - \frac{10a-32 + \sqrt{(32-10a)^2 + 4(a+8)(2a-6)}}{2(2a-6)} \right) \cdot \left(x - \frac{10a-32 - \sqrt{(32-10a)^2 + 4(a+8)(2a-6)}}{2(2a-6)} \right) < 0$$

