

ШИФР 15033

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.2020

Площадка написания _____

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	4	8	8	6	12	0	16	0	62	шестьдесят два	Евгений

①.

$$A = \frac{2^{-2} + 20 \cdot 2^0}{(0,5)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{5}\right)^{-2}} + 4 \cdot 5 =$$

$$= \frac{\frac{1}{4} + 1}{4 - \frac{5}{4} + \frac{9}{4}} + 4 \cdot \frac{3}{4} = \frac{5/4}{4 - 5/4 + 9/4} + 4 \cdot \frac{3}{4} =$$

$$= \frac{5}{20} + \frac{18}{4} = \frac{20}{4} = 5.$$

$$A \cdot 0,6 = 5 \cdot 0,6 = 3.$$

+ 45

Ответ: ~~60~~ 3.

②. Дано: $\frac{1}{5} : \frac{1}{2} : \frac{1}{10}$ — отношения годовых компаний
 "К" "Р" "Л"
 "Г" (Газпром) : $\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{20}$

Получим:

$$\frac{1}{5} : \frac{1}{2} : \frac{3}{20} : \frac{1}{10} \Leftrightarrow 4 : 10 : 3 : 2$$

"К" "Р" "Г" "Л"

Пусть вся годовая — X

Известно что $\frac{10}{19} X$ ("Р") = 8 + $\frac{9}{19} X$. ($\Rightarrow$)

($\Rightarrow$) $\frac{1}{19} X = 8 \Rightarrow X = 8 \cdot 19 \Rightarrow X = 152$ ~~млрд~~ млрд руб.

?

$(ab)c = a(bc)$

$E = mc^2$



ШИФР 15033

5. Доказать тождество

$$\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{2}{3}$$

$\sin^2 \alpha \leq x$

$\cos^2 \alpha \leq y$

$x + y = 1$

Ом. тригоном.
тождество

перенесем в выражение:

$x + y = 1$

$\Rightarrow$

$$\frac{1 - 1 - 2xy}{1 \cdot ((x+y)^2 - 3xy) - 1} = \frac{-2xy}{1 \cdot (1 - 3xy) - 1} = \frac{-2xy}{-3xy} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 1}{x^3 + y^3 - 1} = \frac{(x+y)^2 - 2xy - 1}{(x+y)(x^2 - xy + y^2) - 1} = \frac{-2xy}{1 \cdot (1 - 3xy) - 1} = \frac{-2xy}{-3xy} = \frac{2}{3}$$

+85

6. Дано:

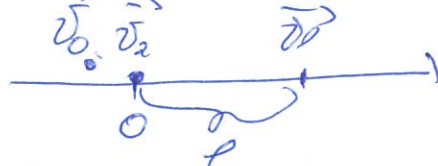
$R = 10 \text{ км}$

$v_1 = 3 \text{ км/ч}$

$v_2 = 5 \text{ км/ч}$

$v_0 = 12 \text{ км/ч}$

что и требовалось доказать.



Найдем время: $t_{\text{вс}} = \frac{R}{(v_1 + v_2)} = \frac{10 \text{ км}}{2 \text{ км/ч}} = 5 \text{ часов}$

Сам - ?

Все это время сам летит $\Rightarrow S_{\text{сам}} = t_{\text{вс}} \cdot v_0 = 2 \cdot 12 = 24 \text{ км}$

+65

Ответ: $S_{\text{сам}} = 24 \text{ км}$

7. Решить нерав.

$$\sqrt{8x - x^2 - 4} - \sqrt{11 - x} \geq \sqrt{9x - x^2 - 18} \quad (=)$$

ОДЗ: $\begin{cases} (x-1)(1-x) \geq 0 \\ x \leq 11 \\ (x-6)(3-x) \geq 0 \end{cases}$

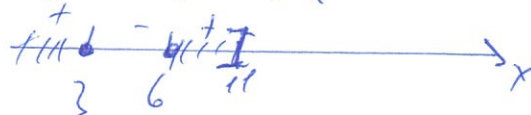
$\Rightarrow 8x - x^2 - 4 + 11 - x \geq 2\sqrt{(11-x)(x-1)(1-x)} \geq 9x - x^2 - 18 \quad (=)$

$\Rightarrow -2x + 22 \geq 2\sqrt{(11-x)(x-1)(1-x)} \quad (=)$

$\Rightarrow (11-x)^2 \geq (11-x)(8x - x^2 - 4) \quad (=)$

$\Rightarrow (11-x) \cdot (x^2 - 8x + 18) \geq 0 \quad (=)$

$\Rightarrow (11-x) \cdot (x-6) \cdot (x-3) \geq 0$



по ОДЗ получ. только $x = 3$ и $x = 6$

Ответ: $\{3; 6\}$

+125

Найдём объёмы годичника:

"Новатэк" $x = \frac{4}{19} = \frac{152}{19} \cdot 4 = 32 \text{ млрд. м}^3$

"Роснефть" $x = \frac{10}{19} = \frac{159}{19} \cdot 10 = 80 \text{ млрд. м}^3$

"Газпром" $x = \frac{3}{49} = 24 \text{ млрд. м}^3$

"Лукойл" $x = \frac{2}{19} = 16 \text{ млрд. м}^3$

+45 (12)

Ответ: "Новатэк" - 32 млрд. м³; "Роснефть" - 80 млрд. м³;
"Газпром" - 24 млрд. м³; "Лукойл" - 16 млрд. м³.

3. Дано:

$R = 258 \text{ м.}$

$r_{\min} = 12 \text{ м.}$

(!) что не больше 2018 деревьев

Пойдём от противного. Предположим,
что n (кол-во деревьев) больше 2018.

Чтобы было не меньше 12 мётов,
представим, что дерево "Блокерд"!
Площадь круга с $r = 6 \text{ м.}$

Найдём сколько деревьев
можно посадить минимально.

$\begin{matrix} 6 & 6 \\ 6 & 6 \end{matrix} \Rightarrow r \geq 12 \text{ м.}$

$S_{\text{кр}} = \pi R^2$

$258 = 6 \cdot 43 \Rightarrow S_{\text{проща}} = \pi \cdot 6^2 \cdot 43^2$

$n_{\text{max}} = \frac{S_{\text{проща}}}{S_{\text{дерева}}} = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 43^2}{\pi \cdot 6^2} = 43^2 = 1849$

$\begin{array}{r} 43 \\ \times 43 \\ \hline 129 \\ + 1720 \\ \hline 1849 \end{array}$

То есть больше чем 1849 дерева мы не можем
посадить $\Rightarrow$ противоречие. Деревьев не больше 2018, что требова-
лось доказать. Вывод: $n_{\text{дер}} \leq 2018$.

+45

4. Р.У. $\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 1 = (x-1)^2 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1 \Leftrightarrow x^3 - x^2 - x = 0$

ОДЗ: $x^3 - 3x + 1 \geq 0$

ОБР
ОДЗ.

ОБР: $x \geq 1$

$\Leftrightarrow x^3 - x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - x - 1) = 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - x - 1 = 0 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

Ответ: $\left\{ \frac{1+\sqrt{5}}{2} \right\}$

+85

Р. сест. уст.

$$\begin{cases} \sin x - \frac{p}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{p}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin x \leq \frac{p}{\sin x} \\ \cos x \leq \frac{p}{\cos x} \end{cases} ?$$

$$\begin{cases} \frac{\sin^2 x - p}{\sin x} = \sin y \\ \frac{\cos^2 x - p}{\cos x} = \cos y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \sin x \sin y \\ -\sin^2 x = \cos x \cos y \end{cases}$$

$$\Rightarrow -p = \frac{1}{2} \cdot (\cos(x-y)) \Rightarrow \cos(x-y) = -p \Rightarrow x-y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow y = x - \pi - 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{м.о. } \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ y = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n \\ x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ y = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \end{cases} \quad n, k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{aligned} \text{Проставим} \quad & \frac{\sqrt[3]{k^2 - 2k + 1} + \sqrt[3]{k^2 k} + \sqrt[3]{k^2}}{\sqrt[3]{(k-1)^2} + \sqrt[3]{k(k-1)} + \sqrt[3]{k^2}} = \\ & = \frac{\sqrt[3]{(k-1)} \sqrt[3]{k}}{(k-1) - k} = \sqrt[3]{k} - \sqrt[3]{k-1} \end{aligned}$$

- так выразить
каждое слагаемое
в нашей сумме.

состав. и.п. $k_{\text{нач}} = 2$

$$\text{Сумма } \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2} + \dots$$

вышло такое:

$$S = -\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{k_m} \Rightarrow S = -1 + \sqrt[3]{k_m}$$

$k_m > 2014$ и оно не к.ч.



ШИФР 15033

3-продолжение

Такое число k - существует.

$$\text{это } k_m = (13)^2 = \cancel{2197}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 169 \\ 13 \\ \hline + 507 \\ 169 \\ \hline 2197 \end{array}$$

+165

Ответ: при $k = 2197$.

10.) Найти все такие значения x , при которых нер-во

$$(4-2a)x^2 + (13a-24)x + 33-13a > 0 \text{ верно при всех } a \in \mathbb{R}$$

1. ~~$a = 2$~~ 1. $a = 2$

$$(13a-24)x + 33-13a > 0 \text{ в.}$$

$$\Rightarrow -1x + 4 > 0 \Rightarrow x < 4.$$

2. $a \neq 2$

$$\begin{aligned} D &= (13a-24)^2 - (33-13a) \cdot 4 \cdot (4-2a) \stackrel{(\approx 1)}{=} 169a^2 - 26a \cdot 24 + 729 - \\ &\quad - ((132-52a) \cdot (4-2a)) = \\ &= 169a^2 - 102a + 729 - 528 + 264a + \\ &\quad + 208a - 104a^2 = \\ &= 65a^2 - 230a + 201 \end{aligned}$$

3. $a = \frac{24}{13}$

$$\left(4 - \frac{54}{13}\right)x^2 + 33 - 24 > 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{8}{13}x^2 + 6 > 0$$

Ответ: $(-\infty; 4)$

при $1 < a < 3$ $D < 0$, т.е.

при $1 < a < 3$ $D > 0$

$$\Rightarrow \frac{8}{13}x^2 > -6 \Rightarrow \frac{8}{13}x^2 < 6 \Rightarrow x^2 < \frac{39}{2} \Rightarrow |x| < \sqrt{39}$$

Ответ: $(-\sqrt{39}; \sqrt{39})$

