

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 10.02.18

 Площадка написания Горный университет

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	2	4	-	8	8	12	12	14	-	-	60	шестьдесят ровно	<i>Алиса</i>

$$A = \frac{\frac{1}{2^{-2} + 2018^0}}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 5(-2)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75$$

числитель: $\frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$

знаменатель: $4 - 5 \cdot \frac{1}{4} + \frac{9}{4} =$
 $= \frac{16 - 5 + 9}{4} = \frac{-5 + 9}{4} = \frac{4}{4} = 1$

$$A = \frac{5}{4} : 1 + 4,75 = 1,25 + 4,75 = \underline{\underline{6}}$$

$$60\% A = \frac{6 \cdot 60}{100} = \frac{36}{10} = 3,6$$

± 25

Ответ: 3,6

№2 пусть x - кол-во млрд. куб.м, тогда

"НОВАТЭК" = $\frac{1}{5}x$
 "РОСНЕФТЬ" = $\frac{1}{2}x$
 "ЛУКОЙЛ" = $\frac{1}{10}x$
 "ГАЗПРОМ НЕФТЬ" = $\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{2}x = \frac{3}{20}x$

Составим ур-е:

$$\frac{1}{5}x + \frac{1}{10}x + \frac{3}{20}x = \frac{1}{2}x - 8 \quad ; \quad \frac{4x + 2x + 3x}{20} = \frac{10x}{20} - 8$$

$$\frac{9x}{20} = \frac{10x}{20} - 8$$

$$9x = 10x - 160$$

$$x = 160$$

160 млрд. куб.м.



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 31725

продолжение №2

$x = 160$ млрд. куб. м.

$$V_{\text{«Новатэк»}} = \frac{160}{5} = 32 \text{ млрд. куб. м.}$$

$$V_{\text{«Роснефть»}} = \frac{160}{2} = 80 \text{ млрд. куб. м.}$$

$$V_{\text{«Лукойл»}} = \frac{160}{10} = 16 \text{ млрд. куб. м.}$$

$$V_{\text{«Газпром Нефть»}} = \frac{3 \cdot 160}{20} = 24 \text{ млрд. куб. м.}$$

$$\text{Всего: } 80 + 32 + 16 + 24 = 80 + 40 + 32 = 80 + 72 = 152 \text{ млрд. куб. м.}$$

Ответ: раздельно: 80; 32; 24; 16 млрд. куб. м.
ВСЕГО: 152 млрд. куб. м.

+45

№4

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} - x = -1$$

$$\text{или! } x^3 - 3x + 1 \geq 0$$

$$\sqrt{x^3 - 3x + 1} = x - 1 \quad (*) \quad x \geq 1$$

$$x^3 - 3x + 1 = (x - 1)^2$$

$$x^3 - 3x + 1 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^3 - x^2 - 3x + 2x + 1 - 1 = 0$$

$$x^3 - x^2 - x = 0$$

$$x(x^2 - x - 1) = 0$$

$x = 0$
не уга
или (*)

$$x^2 - x - 1 = 0$$

$$D = 1 + 4 = 5$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{5}$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

проверка:

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \geq 1$$

$$\frac{1 - \sqrt{5}}{2} < 1$$

$$1 + \sqrt{5} > 2$$

$$1 - \sqrt{5} < 2$$

$$\sqrt{5} > 1$$

$$-\sqrt{5} < 1$$

$$\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) + 1 \geq 0$$

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \left(\frac{1 + \sqrt{5} + 5 - 6}{2}\right) + 1 \geq 0$$

$$\frac{(1 + \sqrt{5})\sqrt{5}}{2} + 1 \geq 0$$

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ уга. (*)}$$

$$\frac{1 - \sqrt{5}}{2} \text{ не уга. (*)}$$

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ уга. OR3}$$

Ответ: $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

+85



№5

$$\frac{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 1}{\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - 1} = \frac{2}{3}$$

$$3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) = \frac{2}{3}(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)$$

$$3(\sin^2 \alpha \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) = 2(\sin^2 \alpha \sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha \cos^4 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)$$

$$3(\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1) + \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha - 1)) = 2(\sin^2 \alpha (\sin^4 \alpha - 1) + \cos^2 \alpha (\cos^4 \alpha - 1))$$

$$3(-\sin^2 \alpha (1 - \sin^2 \alpha) - \cos^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)) = 2(\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) + \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha))$$

$$3(-\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) = 2(\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha - 1) - \cos^2 \alpha) + \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha - 1) - \sin^2 \alpha))$$

$$3 \cdot (-2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha) = 2(\sin^2 \alpha (-\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha) + \cos^2 \alpha (-\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha))$$

$$-6 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 2(\sin^2 \alpha \cdot (-\cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha + 1) + \cos^2 \alpha \cdot (-\sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha + 1))$$

$$-3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = -\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + 1) - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha + 1)$$

$$-3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = -\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha (\sin^2 \alpha + 1 + \cos^2 \alpha + 1)$$

$$-3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = -3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

ч. т. д

+85

№6

5 v T
л км/ч

1 + 10 км 3 км/ч

скорость осы 12 км/ч

скорость сближения путешественников равна 2 км/ч
расстояние между ними 10 км, следовательно
2-ой путешественник догонит 1-го через 5 часов.

скорость осы 12 км/ч

Путь, пройденный ею равен $12 \cdot 5 = 60$ км

Ответ: 60 км

+125

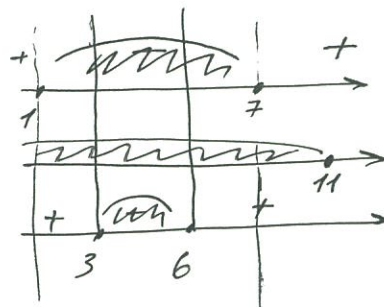
N7

$$\sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{11-x} \geq \sqrt{9x-x^2-18}$$

ОДЗ:

$$\begin{cases} 8x-x^2-7 \geq 0 \\ 11-x \geq 0 \\ 9x-x^2-18 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2-8x+7 \leq 0 \\ x \leq 11 \\ x^2-9x+18 \leq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=7 & x=1 \\ x \leq 11 \\ x=6 & x=3 \end{cases}$$

$[3; 6]$



$$\sqrt{8x-x^2-7} - 2\sqrt{8x-x^2-7}\sqrt{11-x} + 11-x \geq \sqrt{9x-x^2-18}$$

$$\sqrt{8x-x^2-7} - 2\sqrt{8x-x^2-7}\sqrt{11-x} + 11-x \geq \sqrt{9x-x^2-18}$$

$$-2x + 22 \geq 2\sqrt{8x-x^2-7}\sqrt{11-x}$$

$$\cancel{2}(11-x) \geq \cancel{2}\sqrt{8x-x^2-7}\sqrt{11-x} \quad (*) \quad 11-x \geq 0$$

$$(11-x)^2 \geq (8x-x^2-7)(11-x) \quad x \leq 11$$

$$(11-x)^2 - (8x-x^2-7)(11-x) \geq 0$$

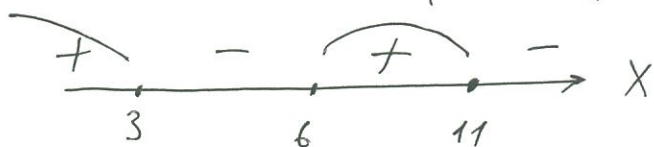
$$(11-x)(11-x-8x+x^2+7) \geq 0$$

корни:

1) $x=11$

2) $x^2-9x+18=0$

$x_1=6 \quad x_2=3$



Ответ: $\{3\}; \{6\}$

+125



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 31725

$$\begin{cases} \sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y \end{cases} \quad \sin x \neq 0; \cos x \neq 0$$

$$\begin{cases} \sin^2 x - 1 = \sin x \cdot \sin y \\ \cos^2 x - 1 = \cos x \cdot \cos y \end{cases} \quad \begin{cases} -\cos^2 x = \sin x \cdot \sin y \\ \cos^2 x - 1 = \cos x \cdot \cos y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos^2 x = -\sin x \cdot \sin y \\ -\sin x \cdot \sin y - 1 = \cos x \cdot \cos y (*) \end{cases}$$

$$(*) \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y = -1$$

$$\cos(x-y) = -1$$



$$x-y = \pi + 2\pi k$$

$$x = \pi + y + 2\pi k$$

$$\begin{cases} \sin(\pi-y) - \frac{1}{\sin(\pi-y)} = \sin y \\ \cos(\pi-y) - \frac{1}{\cos(\pi-y)} = \cos y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin y - \frac{1}{\sin y} = \sin y \\ -\cos y + \frac{1}{\cos y} = \cos y \end{cases}$$

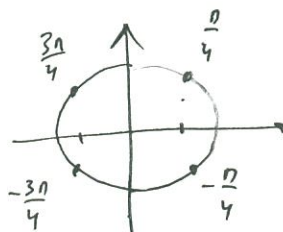
$$\begin{cases} -\frac{1}{\sin y} \neq 0 \\ \frac{1}{\cos y} = 2\cos y (**)$$

$$\cos y \neq 0 \quad (**)$$

$$1 = 2\cos^2 y$$

$$\cos^2 y = \frac{1}{2}$$

$$\cos y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\begin{cases} y = \frac{\pi}{4} \\ x = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{\pi}{4} \\ x = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{3\pi}{4} \\ x = \pi + \frac{3\pi}{4} = \frac{7\pi}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{3\pi}{4} \\ x = \pi - \frac{3\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

Ответ: $(\frac{5\pi}{4}; \frac{\pi}{4}), (\frac{7\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}), (\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}), (\frac{\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4})$

± 145