ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР 22315

Класс 10 **Вариант** 11 **Дата Олимпиады** 10.02.18

Площадка написания Санкт-Петербургский горный университет.

Задача	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**Σ Цифрой**	**Σ Прописью**	**Подпись**
Оценка	4	4	–	8	8	12	12	0	–	–	48	сорок восемь	

№1.

$$A = \frac{2^{-2}+2018^0}{(0,5)^{-2}-5(-2)^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}} + 4,75.$$

1) $2^{-2}+2018^0 = \frac{1}{4}+1 = \frac{5}{4}.$

2) $(0,5)^{-2}-5(-2)^{-2}+\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = 4-\frac{5}{4}+\frac{9}{4} = 5.$

3) $\frac{5}{4\cdot 5} = \frac{1}{4} = 0,25.$

4) $0,25+4,75=5.$; $0,6\cdot A = 0,6\cdot 5 = 3.$

Ответ: 3. +4б

№2.

„Новатэк" : „Роснефть" : „Лукойл" = $\frac{1}{5}:\frac{1}{2}:\frac{1}{10}$

„Газпром" = 0,3 · „Роснефть."

$P = H + Л + Г + 8$; Пусть P – это „Роснефть"
H – это „Новатэк"
$Л$ – это „Лукойл"
$Г$ – это „Газпром".

$H:P:Л = \frac{1}{5}:\frac{1}{2}:\frac{1}{10}.$

Пусть $H=\frac{1}{5}x$; $P=\frac{1}{2}x$; $Л=\frac{1}{10}x$,
тогда $Г = 0,3\cdot\frac{1}{2}x = \frac{3}{10}\cdot\frac{1}{2}x = \frac{3}{20}x.$ +4б

$\frac{1}{2}x = \frac{1}{5}x+\frac{1}{10}x+\frac{3}{20}x+8$; $x\left(\frac{10}{20}-\frac{4}{20}-\frac{2}{20}-\frac{3}{20}\right)=8$

$x = 8\cdot 20 = 160$ млрд. куб. м. ; $P=80$ млрд куб.м ; $Л=16$ млрд куб.м; $H=32$ млрд куб.м
$Г=24$ млрд. куб.м.

Ответ: „Новатэк": 32 млрд. к.м.; „Роснефть": 80 млрд к.м.; „Лукойл": 16 млрд. к.м.; „Газпромнефть": 24 млрд к.м

ШИФР 22315.

№4

$$\sqrt{x^3-3x+1}-x=-1$$

$$\sqrt{x^3-3x+1}=x-1$$

$$\begin{cases} x\geq 1 \\ x^3-3x+1=(x-1)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\geq 1 \\ x^3-3x+1-x^2+2x-1=0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\geq 1 \\ x^3-x^2-x=0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\geq 1 \\ x(x^2-x-1)=0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{1+\sqrt5}{2} \\ x=\frac{1-\sqrt5}{2} \end{array}\right. \\ x\geq 1 \end{cases}$$

$$x=\frac{1+\sqrt5}{2}$$

Ответ: $\frac{1+\sqrt5}{2}.$

+8б

№5.

$$\frac{\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1}{\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1}=\frac{2}{3};$$

Д) $\frac{\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-1}{\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1}=\frac{((\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)^2-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha)-1}{\sin^6\alpha+\cos^6\alpha-1}=$

$$=\frac{1-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha-1}{(\sin^2\alpha+\cos^2\alpha)(\sin^4\alpha+\cos^4\alpha-\sin^2\alpha\cos^2\alpha)-1}=\frac{-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{1-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\cos^2\alpha-1}=\frac{-2\sin^2\alpha\cos^2\alpha}{-3\sin^2\alpha\cos^2\alpha}=$$

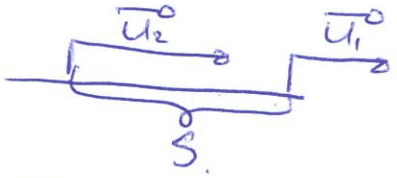
$=\frac{2}{3}$, ч.т.д.

+8б

ШИФР 22315.

№6.

$S = 10$ км
$\upsilon_1 = 3$ км/ч
$\upsilon_2 = 5$ км/ч
$\upsilon_{оса} = 12$ км/ч



$\upsilon_{сближения} = \upsilon_2 - \upsilon_1 = 2$ км/ч.

t – время, через которое путешественники встретятся; $t = \frac{S}{\upsilon_{сбл.}} = \frac{10}{2} = 5$ч. => => Оса ~~пролет~~ будет летать на протяжении 5 часов со скоростью 12 км/ч => S' – путь, который пролетела оса равен: $S' = 12 \cdot 5 = 60$ км.

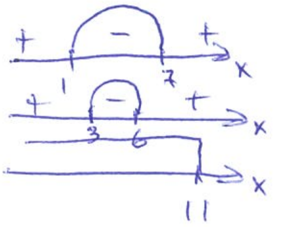
Ответ: 60 километров.

+12б

№7.

$$\sqrt{8x-x^2-7} - \sqrt{11-x} \geq \sqrt{9x-x^2-18}$$

ОДЗ: $\begin{cases} 8x-x^2-7 \geq 0 \\ 9x-x^2-18 \geq 0 \\ 11-x \geq 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-8x+7 \leq 0 \\ x^2-9x+18 \leq 0 \\ x \leq 11 \end{cases}$ $\begin{cases} (x-7)(x-1) \leq 0 \\ (x-6)(x-3) \leq 0 \\ x \leq 11 \end{cases}$



$x \in [3;6]$;

$$\sqrt{8x-x^2-7} \geq \sqrt{11-x} + \sqrt{9x-x^2-18}$$

$$\cancel{8x}\cancel{-x^2}-7 \geq 11\cancel{-x}+\cancel{9x}\cancel{-x^2}-18+2\cdot\sqrt{11-x}\cdot\sqrt{9x-x^2-18}$$

$$2\cdot\sqrt{11-x}\cdot\sqrt{9x-x^2-18} \leq 0.$$

$$2\cdot\sqrt{11-x}\cdot\sqrt{(6-x)(x-3)} \leq 0$$

Т.к $\sqrt{11-x}$ и $\sqrt{(6-x)(x-3)} \geq 0$, то их произведение ≤ 0 тогда и только тогда, когда $\sqrt{11-x}$ или $\sqrt{(6-x)(x-3)}$ равны 0.

$\left[\begin{array}{l} x = 11 \text{ – не подходит по ОДЗ.} \\ x = 6 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Ответ: ~~[3; 6]~~ 3; 6.

+12б

ШИФР 22315

№8.

$$\begin{cases}\sin x - \frac{1}{\sin x} = \sin y \\ \cos x - \frac{1}{\cos x} = \cos y\end{cases}$$

$1 \geq \sin\alpha \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{\sin\alpha} \geq \sin\alpha; \Rightarrow \sin x - \frac{1}{\sin x} \leq 0,$

? но ~~sin~~ $\sin y \geq 0 \Rightarrow \sin x - \frac{1}{\sin x}$ может быть равно $\sin y$ тогда и только тогда, когда и то и другое равно 0.

$\sin x - \frac{1}{\sin x} = 0 \Rightarrow \sin^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \sin x = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = 90°; \Rightarrow \cos x = 0$, что невозможно, т.к. $\cos x$ стоит в знаменателе во 2-м ур-ии.

Ответ: нет решений.

⊖