

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 10.02.18

Площадка написания Горький Университет

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	4	4	3,5	—	8	12	9	9	—	—	49,5	срок делится в двадцать	

и 1. $B = 0,1A$

$$B = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \cdot 27^{-3} + (0,2)^{-4} \cdot 25^{-2} + \left(64^{-\frac{1}{2}}\right)^{-3}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}})^2} \cdot (2,017)^0 \cdot \sqrt{0,36} =$$

$$= \frac{3^{10} \cdot \frac{1}{3^9} + \frac{5^4 \cdot 1}{5^4} + 2^2}{2 + \sqrt{3} + 2 + 2 - \sqrt{3}} \cdot 1 \cdot 0,6 = \frac{(3+1+4) \cdot 0,6}{6}$$

$$0,1A = \frac{8}{6} \cdot 6 \cdot 0,1$$

$$A = 8$$

Ответ: 8. +

и 2. Пусть I бак — а л., второй — в л.; возьмем произвольность
того рабочего = С
Работа = произв. время; сост. систему:

$$\begin{cases} \frac{a + \frac{1}{3}b}{4 \cdot c} = 11 \\ \frac{a}{3c} + \frac{\frac{1}{4}b}{c} = 18 \end{cases}$$

т.к. время и цена не зависят
от числовых значений, обоз-
начим а = 12 литров.

Тогда:

см. список

ШИФР 24879

и 2 (приращение)

$$\begin{cases} \frac{12 + \frac{1}{3}b}{4c} = 11 & (1) \\ \frac{12}{3c} + \frac{\frac{1}{4}b}{c} = 18 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (1) \quad 12 + \frac{1}{3}b &= 44c \\ b &= (44c - 12) \cdot 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad \cancel{12} + \frac{\frac{1}{4}b}{c} &= 18 \\ 4 + \frac{1}{4}b &= 18c \end{aligned}$$

используя (1) и (2) решим систему:

$$4 + \frac{1}{4}(44c - 12) \cdot 3 = 18c$$

$$4 + 33c - 9 = 18c$$

$$15c = 5$$

$$c = \frac{1}{3} \text{ (л/час)}$$

подставляем "c" в (1)

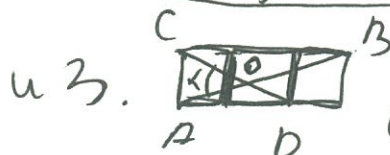
$$b = (44c - 12) \cdot 3 = (44 \cdot \frac{1}{3} - 12) \cdot 3 = 8$$

во 2-ом бачке было 8 литров.

тогда время их работы на этот бак:

$$\frac{8}{3 \cdot \frac{1}{3}} = 8 \text{ часов}$$

Ответ: 8 часов. +



2-? (KCOA-?)

Решение: Пусть сторона квадрата = 1.

$$\text{Тогда } AB = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$CD = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

$$\text{Т.к. } \angle BAC = 180^\circ, \quad \cos \angle BAC = \frac{1}{\sqrt{10}}; \quad \cos \angle ACD = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\angle COA = 180^\circ - \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) - \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) \quad \pm$$

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР 24879

ч 6. После первого часа:

I велосипедист 12 км

II велосипедист 13 км
после II часа

I вел. 24 км

II вел. 26 км
после III часа

I вел. 36 км

II вел. 39 км

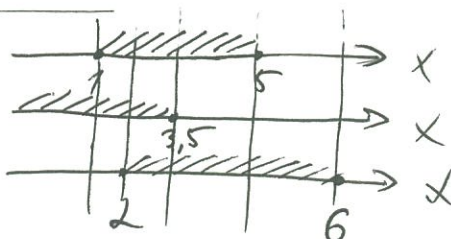
что в сумме дает 75 км,
а значит, через 3 часа велоси-
педисты встретятся.

Собака всё это время бежала с постоянной скоростью,
значит $S_{\text{собака}} = v_{\text{соб.}} \cdot t = 15 \cdot 3 = 45$ (км).
Ответ: 45 км. +

ч 7.

$$\sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x} \geq \sqrt{8x - x^2 - 12}$$

ОДЗ: $\begin{cases} 6x - x^2 - 5 \geq 0 \\ 7 - 2x \geq 0 \\ 8x - x^2 - 12 \geq 0 \end{cases}$



$$2 \leq x \leq 3.5$$

1) учитывая ОДЗ, вернем в квадрат обе части:

$$(\sqrt{6x - x^2 - 5} - \sqrt{7 - 2x})^2 \geq 8x - x^2 - 12$$

$$6x - x^2 - 5 + 7 - 2x - 2\sqrt{(6x - x^2 - 5)(7 - 2x)} \geq 8x - x^2 - 12$$

$$2\sqrt{2x^3 - 19x^2 + 52x - 35} \leq -4x + 14$$

$$\sqrt{2x^3 - 19x^2 + 52x - 35} \leq 7 - 2x$$

при условии, что $-2x + 7 \geq 0$, т.е. $x \leq 3.5$

возведем в квадрат обе части:

см. лист

$(ab)c = a(bc)$

$E = mc^2$



ШИФР 24879

и 7 (периодичность)

$$2x^3 - 19x^2 + 52x - 35 \leq (-2x + 7)^2$$

$$2x^3 - 19x^2 + 52x - 35 \leq 4x^2 - 28x + 49$$

$$2x^3 - 23x^2 + 80x - 84 \leq 0 ; x_1 = 2$$

по схеме Горнера:

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 2 & -23 & 80 & -84 \\ & & 4 & -15 & 42 \\ \hline & 2 & -19 & 65 & -42 \end{array} ; (x-2)(2x^2 - 19x + 42) \leq 0$$

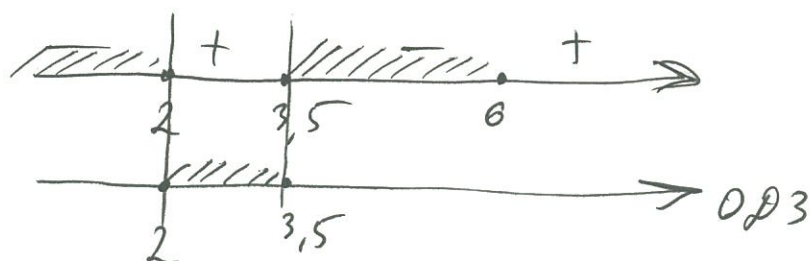
$$D = 361 - 336 = 25$$

$$\sqrt{D} = 5$$

$$x_2 = \frac{19-5}{2} = 7$$

$$x_3 = \frac{19+5}{2} = 12$$

$$(x-2)(x-7)(x-12) \leq 0$$



Ответ: $\{2\} \cup [7, 12]$

$$x = 2 ; x = 7, 12.$$

и б.

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = \sin^2 x & (1) \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x & (2) \end{cases}$$

$$\sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x$$

$$\begin{cases} \cos x + \cos y = 1 - \cos^2 x \\ \sqrt{\sin x - \cos y} = \cos x \end{cases}$$

решим систему

$$\sqrt{\sin x - \cos y} + \cos y = 1 - \cos^2 x$$

см. см. лист

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

24879

и др (произведение):

$$\sqrt{\sin x - \cos y} + \cos y = 1 - \sin x + \cos y$$

$$\sqrt{\sin x - \cos y} = 1 - \sin x$$

$$(2) \cos x \geq 0; \cos x \in [0; 1]$$

возведем (2) в квадрат

$$\sin x - \cos y = \cos^2 x$$

$$\sin x - \cos y = 1 - \sin^2 x$$

$$\cos y = \sin x - 1 + \sin^2 x$$

тогда

$$\sqrt{\sin x - \sin x + 1 - \sin^2 x} = 1 - \sin x$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 x} = 1 - \sin x$$

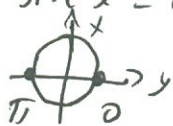
$$\sqrt{\cos^2 x} = 1 - \sin x$$

$$\begin{cases} 1 - \sin x \geq 0; \sin x \leq 1 \\ \cos^2 x = 1 - 2\sin x + \sin^2 x \quad (*) \end{cases}$$

$$(*) 1 - \cos^2 x - 2\sin x + \sin^2 x = 0$$

$$2\sin x (\sin x - 1) = 0$$

$$1) \sin x = 0$$



$$x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \sin x = 1$$



$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos y = \sin^2 x - \cos x$$

$$1) x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$a) \cos y = 0 - 1 = -1$$

$$b) \cos y = 0 + 1 = 1$$

$$a) y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$b) y = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

см см. рис

$(ab)c = a(bc)$

$E = mc^2$



ШИФР

24875

и 8 нулей

2) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$\cos y = 1 - 0 = 1$

$y = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

Ответ: 1) $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}; y = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

2) $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}; y = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

1) $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; y = 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

и 5.

$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$

$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$

Тогда $\sin 15^\circ \sin 25^\circ \sin 35^\circ \sin 85^\circ = \cos 15^\circ \cos 25^\circ \cos 35^\circ \cos 85^\circ$

$\frac{1}{2} (\cos 10^\circ - \cos 40^\circ) \cdot \frac{1}{2} (\cos 50^\circ - \cos 120^\circ) = \frac{1}{2} (\cos 10^\circ + \cos 40^\circ) \cdot \frac{1}{2} (\cos 50^\circ + \cos 120^\circ)$

$\sin 210^\circ + 40^\circ$

$\cos 10^\circ \cos 50^\circ - \cos 10^\circ \cos 120^\circ - \cos 40^\circ \cos 50^\circ +$
 $+ \cos 40^\circ \cos 120^\circ =$

$= \cos 10^\circ \cos 50^\circ + \cos 10^\circ \cos 120^\circ + \cos 40^\circ \cos 50^\circ +$
 $+ \cos 120^\circ \cos 40^\circ$

$\frac{1}{2} (\cos 10^\circ + \cos 90^\circ) = \frac{1}{2} (\cos 10^\circ + \cos 90^\circ)$

$\cos 10^\circ = \cos 170^\circ$

$\cos 10^\circ = \cos (180^\circ - 10^\circ)$

$\cos 10^\circ = \cos 10^\circ$

и 7, +