ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 6 9 2

Класс 11 **Вариант** 87 **Дата Олимпиады** 03.02.19

Площадка написания МОУ „Усть-Угольская школа"

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ 29 Цифрой	Прописью	Подпись
Оценка	5	5	5	4	5	5	29	двадцать ~~восемь~~ девять	

№ 2.

Дано:

ABCD - Трапеция

$BC \parallel AD$

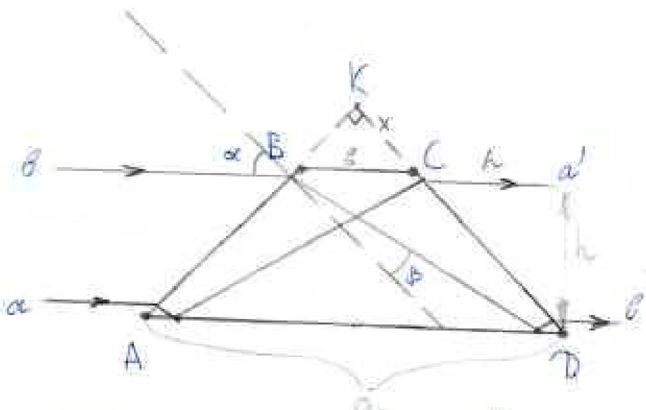
$AB = CD$ $\widehat{AB\,CD} = 90°$

h, a

$h - ?$

Решение:

Если пучок света заполняет боковую грань целиком, то лучи a и b после преломления пойдут по лучам a' и b'.



Тогда угол преломления равен:

$\beta = 90° - \angle ABD - 90°$, а угол падения α равен $45°$ по св-ву равнобедренного прямоугольного треугольника.

Пусть $BC = b$, $AB \cap CD = K$ $CK = x$

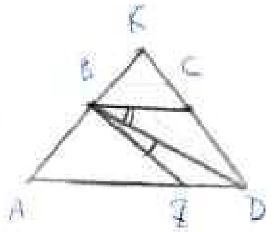
По подобию $\triangle AKD$ и $\triangle BKC$: $\frac{b}{a} = \frac{x}{x + CD}$

$$\frac{b}{a} = \frac{\frac{b}{\sqrt{2}}}{\frac{b}{\sqrt{2}} + h\sqrt{2}} \qquad \frac{b}{a} = \frac{b}{b + 2h}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{b+2h} \qquad a = b + 2h$$

$b = a - 2h$

Рассмотрим тр. ABCD:



$BZ \perp AK$

$\Rightarrow \angle BZD = 135°$ $DB = \sqrt{(b+h)^2 + h^2} =$

$= \sqrt{(a-h)^2 + h^2}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 6 9 2

по т. синусов для $\triangle ABD$:

$$\frac{a}{\sin ABD} = \frac{BD}{\sin 45^\circ} \qquad \frac{a}{\sin ABD} = \frac{\sqrt{(b+h)^2+h^2}}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{a}{\sin(90^\circ+\beta)} = \frac{\sqrt{(a-h)^2+h^2}}{\sin 45^\circ}$$

обозначим $c = \frac{\sqrt{(a-h)^2+h^2}}{\sin 45^\circ}$

$$\frac{a}{\sin(90^\circ+\beta)} = c \qquad \sin(90^\circ+\beta) = \frac{a}{c}$$

$$\sin 90^\circ \cos\beta + \cos 90^\circ \sin\beta = \frac{a}{c}$$

$$\sin 90^\circ \cos\beta = \frac{a}{c} \qquad \cos\beta = \frac{a}{c}$$

т.к. $\beta \in (0;90)$, то $\sin\beta = \sqrt{1-\frac{a^2}{c^2}}$

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin 45^\circ}{\sqrt{1-\frac{a^2}{c^2}}} = \frac{\sin 45^\circ}{\sqrt{1-\frac{a^2\cdot\sin^2 45^\circ}{(a-h)^2+h^2}}} =$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{1-\frac{a^2\cdot 0{,}5}{(a-h)^2+h^2}}}$$

; Итак, $n = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{1-\frac{a^2}{2(a-h)^2+2h^2}}}$

Ответ: $n = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{1-\frac{a^2}{2(a-h)^2+2h^2}}}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 7 | 6 | 9 | 2 |

№3.

Дано:

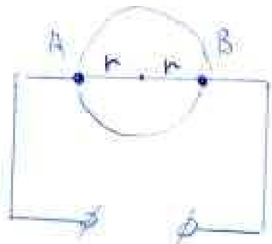
$\rho_к = 2\rho_п$

$d_{прк} = d_{прп}$

% уменьш. - ?

Решение: $U = const$

$P = \frac{U^2}{R}$ для первого случая:



$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R_п} + \frac{2}{R_к}$

$\frac{1}{R_1} = \frac{R_к + 2R_п}{R_п R_к}$ $\quad R_1 = \frac{R_п R_к}{R_к + 2R_п}$

$d_{прк} = d_{прп} \Rightarrow S_{прк} = S_{прп} = S_0$ $\quad R = \rho \frac{l}{S_0}$ Пусть радиус r.

$l_к = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r = \pi r \quad \Rightarrow \quad R_к = \rho_к \frac{\pi r}{S_0}$

$R_п = \rho_п \cdot \frac{2r}{S_0} = 2\rho_п \cdot \frac{r}{S_0}$

$$\Rightarrow R_1 = \frac{2\rho_п \frac{r}{S_0} \cdot \rho_к \frac{\pi r}{S_0}}{\rho_к \frac{\pi r}{S_0} + 2 \cdot 2\rho_п \frac{r}{S_0}} = \frac{2\rho_п \cdot \rho_к \frac{\pi r}{S_0}}{\rho_к \pi + 4\rho_п} = \frac{2\rho_п \cdot 2\rho_п \cdot \frac{\pi r}{S_0}}{2\rho_п \pi + 4\rho_п} =$$

$$= \frac{4\rho_п \frac{\pi r}{S_0}}{2\pi + 4} = \frac{2\rho_п \cdot \frac{\pi r}{S_0}}{\pi + 2} = \frac{2\pi}{\pi + 2} \rho_п \frac{r}{S_0}$$

для второго случая:

$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_к} + \frac{1}{R_к} = \frac{2}{R_к}$ $\quad R_2 = \frac{R_к}{2}$

$R_2 = \frac{\rho_к \pi r}{S_0 \cdot 2} = \frac{\rho_п \pi r}{S_0} \Longrightarrow$ $\quad P_1 = \frac{U^2}{R_1} = \frac{U^2 \cdot (\pi + 2) S_0}{2\pi \rho_п r}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 6 9 2

$$P_2 = \frac{U^2}{R_2} = \frac{U^2 \cdot S_0}{\rho_n \pi r}$$

Найдём: $\frac{P_2}{P_1} = \frac{U^2 S_0}{\rho_n \pi r} \cdot \frac{2\pi \rho_n r}{U^2 \cdot (\pi+2) S_0} =$

$$= \frac{2\pi}{\pi(\pi+2)} = \frac{2}{\pi+2} \approx \frac{2}{3{,}1416+2} \approx 0{,}38898$$

$\Rightarrow$ P_1 сост. $\approx 38{,}9\%$ от P_1 $\Rightarrow$ уменьш. на $61{,}1\%$.

Отв.: $61{,}1\%$.

№4.

Дано: m, h, b, L

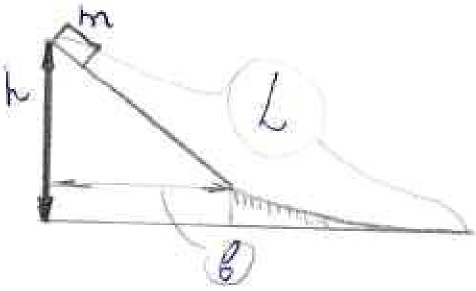
μ - ?

Решение:

По з.с.э.:

$mgh = E_K = |A_{тр}|$

$mgh = |A_{тр}|$ +



пусть x - длина участка с трением, y - длина участка без трения. По т.П.: $y^2 = h^2 + b^2$ $\quad y = \sqrt{h^2+b^2}$

$L = y + x \qquad x = L - y = L - \sqrt{h^2+b^2}$

$A_{тр} = F_{тр} \cdot x = \mu m g x = \mu m g (L - \sqrt{h^2+b^2})$

$mgh = \mu m g (L - \sqrt{h^2+b^2})$

$h = \mu (L - \sqrt{h^2+b^2}) \qquad \mu = \frac{h}{L - \sqrt{h^2+b^2}}$

Отв: $\mu = \dfrac{h}{L - \sqrt{h^2 - b^2}}$

0

№ 5.

Дано:
$W = 5 \cdot 10^{-5}$ Дж
$F_{max} = 4{,}5 \cdot 10^{-3}$ Н

A - ?

Решение: пусть ур-ие колебаний имеет вид:

$x = A\cos\omega t \qquad x_{max} = A$

$v = x' = -A\omega\sin\omega t \qquad v_{max} = A\omega$

$a = v' = -A\omega^2\cos\omega t \qquad a_{max} = A\omega^2$

$F_{max} = ma_{max} = mA\omega^2 \qquad F_{max} = mA\omega^2$

$\Downarrow$

$W = E_{k\,max} = \dfrac{mv_{max}^2}{2} = \dfrac{m}{2}A^2\omega^2 \qquad \omega^2 = \dfrac{F_{max}}{mA}$

$W = \dfrac{m}{2}A^2\omega^2$

$m\omega^2 A = F$

1/2

$W = \dfrac{m}{2}A^2 \cdot \dfrac{F_{max}}{mA} = \dfrac{A}{2}F_{max}$

$A = \dfrac{2W}{F_{max}} = \dfrac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-5}}{4{,}5 \cdot 10^{-3}}$ м $= \dfrac{20}{9} \cdot 10^{-2}$ м $\approx 2{,}22$ см.

+

Отв: $A = \dfrac{20}{9} \cdot 10^{-2}$ м $\approx 2{,}22$ см.

№ 6.

Дано:
$B = 1{,}0 \cdot 10^{-2}$ Тл
$L = 50$ см
$v = 1$ м/с
$m = 1$ г

R - ?

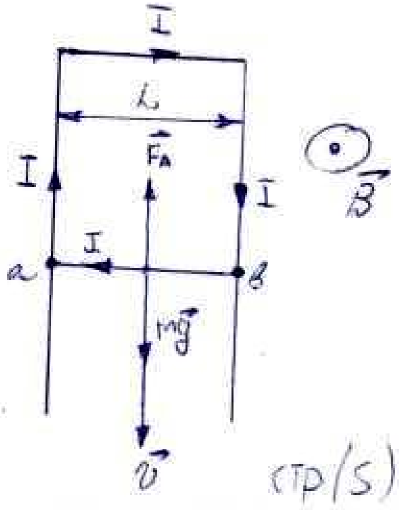
Решение: по з-ну Э.М.И:

$\mathcal{E}_i = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \dfrac{B\Delta S}{\Delta t} = BLv$

По з-ну Ома:

$I = \dfrac{\mathcal{E}_i}{R}$

Напр. тока определяем, учитывая $\vec{B}$.
Тогда $\vec{F_A} \uparrow\downarrow m\vec{g}$.



По II з.Н. $mg = F_A$

$$\begin{cases} mg = BIL \\ I = \frac{\mathcal{E}_i}{R} \end{cases} \quad mg = \frac{B\mathcal{E}_i L}{R} = \frac{B^2 v L^2}{R}$$

$$mg = \frac{B^2 v L^2}{R} \quad R = \frac{B^2 L^2 v}{mg} = \frac{(10^{-2})^2 \cdot 1 (0{,}5)^2}{10^{-3} \cdot 10} \text{ Ом} = 0{,}25 \cdot 10^{-2} \text{ Ом.}$$

Отв.: $0{,}25 \cdot 10^{-2}$ Ом.

+

№1.

Дано:

v

$\rho(T)$

$p_A = \frac{1}{4} p_{max}$

T_0

$T_A - ?$

Решение: при T_0 плотность $\rho_0 = 0 \Rightarrow V_0 \to \infty$
$\Rightarrow p_0 \to \infty$

по гр-ку: $\rho = Z(T - T_0)$, где Z-коэф проп., $Z<0$

по ур. М.К.: $pV = \frac{m}{M}RT$ $\quad p = \rho T \frac{R}{M}$

$$\rho = \frac{pM}{TR} \quad \frac{pM}{TR} = Z(T - T_0)$$

$$P(T) = \frac{TR}{M} Z (T - T_0) = T^2 \frac{RZ}{M} - T\frac{T_0 RZ}{M}$$ – парабола, оси вниз (т.к $Z<0$)

$$p'(T) = 2T\frac{RZ}{M} - T_0 \frac{RZ}{M} \quad p'(T) = 0$$

$$2T\frac{RZ}{M} = \frac{T_0 RZ}{M} \Rightarrow 2T = T_0 \text{ +}$$

$T = \frac{T_0}{2}$ + – это температура при которой $P = p_{max}$
пусть это будет точка X.

$T_x = \frac{T_0}{2}$ ⇒ по ур-ию $p_{max} = \rho_x T_x \frac{R}{M} = \rho_x \frac{T_0}{2}\frac{R}{M}$

$p_A = \frac{1}{4} p_{max} = \frac{\rho_x T_x R}{4M}$

$p_A = \rho_A T_A \cdot \frac{R}{M}$ $\qquad T_A = \frac{M p_A}{\rho_A R}$

$$T_A = \frac{M}{\rho_A R}\cdot\frac{\rho_x T_x R}{4M} = \frac{\rho_x T_x}{4\rho_A} = \frac{\rho_x T_0}{8\rho_A} = \frac{\rho_x}{\rho_A}\cdot 8T_0$$

Найдём Z:

$$p(T_x) = \frac{T_x R}{M} Z(T_x - T_0)$$

$$\frac{1}{4} p_{max} = \frac{T_0 R}{2M} Z\left(\frac{T_0}{2} - T_0\right) = \frac{T_0}{2}\frac{R}{M} Z\cdot\left(-\frac{T_0}{2}\right)$$

$$\frac{1}{4} p_{max} = -\frac{T_0^2 R Z}{4M} \qquad p_{max} = \frac{-T_0^2 R Z}{M}$$

$$Z = \frac{p_{max} M}{-T_0^2 R}$$

$\frac{\rho_x}{\rho_A} = \frac{T_x - T_0}{T_A - T_0}$ ⇒ $T_A = \frac{T_x - T_0}{T_A - T_0}\cdot 8T_0$

$$T_A(T_A - T_0) = -\frac{T_0}{2}\cdot 8T_0$$

$$T_A^2 - T_A T_0 + \frac{T_0}{2} 8T_0 = 0$$

$T_A^2 - T_A T_0 + 4T_0^2 = 0 \qquad D = T_0^2 - 4(4T_0^2) = 17T_0^2$

$$T_A = \frac{T_0 + T_0\sqrt{17}}{2} = T_0\frac{1+\sqrt{17}}{2}$$

Отв: $T_A = T_0\frac{1+\sqrt{17}}{2}$.