ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

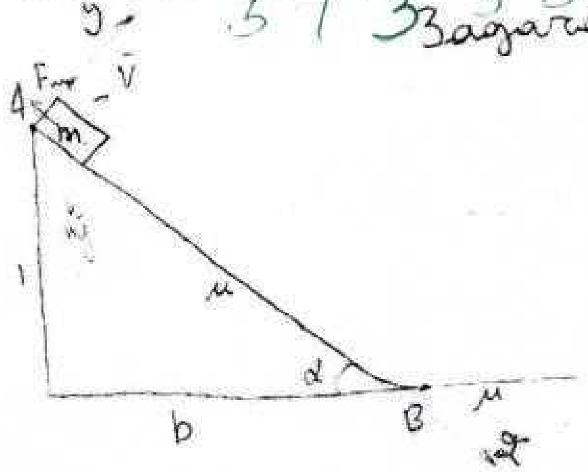
ШИФР 3 3 8 1 7

Класс 10 Вариант 001 Дата Олимпиады 3.02.2019

Площадка написания Горный Университет

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	1	~~1~~	5	5	~~0~~	~~17~~	~~Семнадцать~~	
	5	1	3	5	5		20	двадцать	

Задача №1



В точке A $\mathcal{E}_{полн} = \mathcal{E}_п = mgh$

В точке B $\mathcal{E}'_{полн} = \mathcal{E}_к = \frac{m\upsilon^2}{2}$.

Вся потенциальная энергия $\mathcal{E}_{полн} = mgh$ в точке A перешла в работу силы трения на участке AB и кинетическую энергию $\mathcal{E}'_{полн} = \frac{m\upsilon^2}{2}$; $\Rightarrow$ $\mathcal{E}_{полн} = A_{тр} + \mathcal{E}'_{полн}$; $A_{тр} = F_{тр} \cdot S$, где S - длина AB, $S = \sqrt{h^2+b^2}$, $F_{тр}$ на наклонной плоскости, согласно II-му з-ну Ньютона: $m\bar{g} + \bar{N} + \bar{F}_{тр} = m\bar{a}$; в проекциях на ось y: $N = mg\cos\alpha$, а $F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha = \mu mg\frac{b}{\sqrt{h^2+b^2}}$

Значит $mgh = \mu mg\frac{b}{\sqrt{h^2+b^2}} \cdot \sqrt{h^2+b^2} + \frac{m\upsilon^2}{2}$. Если в точке B мощность силы трения равна P, то $P = \frac{A_{тр}}{t}$. На горизонтальной поверхности сила трения равна $\mu mg \Rightarrow$

$P = \frac{\mu mg \Delta S}{\Delta t} = \mu mg\upsilon \Rightarrow \upsilon = \frac{P}{\mu mg} \Rightarrow mgh = \mu mgb + \frac{mP^2}{2\mu^2 m^2 g^2}$;

$m^2 gh = \mu m^2 gb + \frac{P^2}{2\mu^2 g^2}$; $m^2(gh - \mu gb) = \frac{P^2}{2\mu^2 g^2}$;

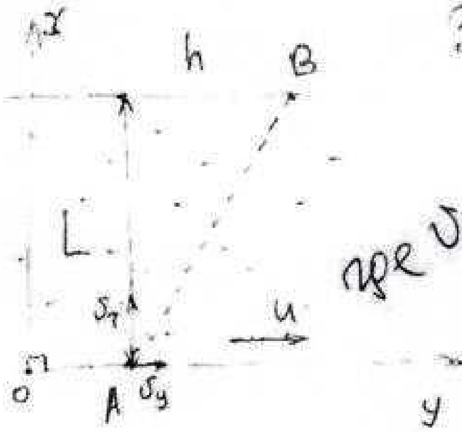
$m = \sqrt{\frac{P^2}{2\mu^2 g^2 (gh - \mu gb)}} = \frac{P}{\mu g}\sqrt{\frac{1}{2(gh-\mu gb)}}$. ~~4~~ 5

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 3 8 1 7

Задача №2



Т.к. если за время t лодочник проплывёт из A в B, то проекция его относительно берега скорости на направление, ортогональное течению $v_x = \frac{L}{t}$, вдоль течения скорость складывается из v_y и скорости течения

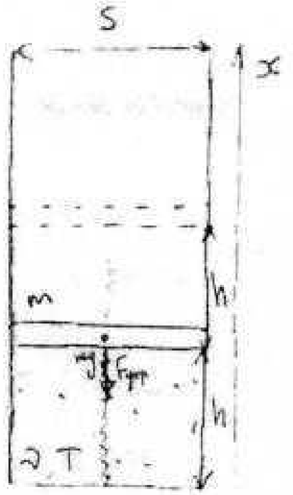
где $v_{лодки}$?

т.е. $(v_y + u)t = h$. Заметим, что если проекция v_y присутствует, (а v_x - если лодочник относительно воды) то время t уменьшается $\Rightarrow$ v_x возрастает, т.е. минимальна скорость тогда, когда лодочник плывёт ортогонально течению, т.е. $\begin{cases} v t = L \\ u t = h \end{cases} \Leftrightarrow v = u\frac{L}{h} = 2км/ч \cdot \frac{400м}{300м} = 2 \cdot \frac{4}{3}$ км/ч $\approx 2{,}7$км

1 −

~~А проекция~~ Ответ: 2,7км/ч

Задача №5.



Пусть S - поперечное сечение сосуда, тогда когда температура газа T справедливо

$p_0 V_0 = \nu RT$; $V_0 = Sh \Rightarrow p_0 = \frac{\nu RT}{Sh}$

В этот момент на поршень действуют силы, II-й з-н Ньютона:

$m\vec{g} + \vec{F}_{упр} + \vec{F}_g = 0$, F_g - сила давления со стороны газа, в проекциях на ось x: $mg + F_{упр} = F_g$ - если пружина растянута на Δx, то $mg + k\Delta x = \frac{\nu RT}{Sh} S$ (I)

Когда нагрели до T', то $p\,2Sh = \nu RT'$; $p = \frac{\nu RT'}{2Sh} \Rightarrow$ 2-й закон Ньютона для поршня выглядит так:

$mg + k(\Delta x + h) = \frac{\nu RT'}{2\cancel{S}h} \cdot \cancel{S}$ (II) Вычтем I - II: $-kh = \frac{\nu RT}{h} - \frac{\nu RT'}{2h}$.

$\frac{\nu RT'}{2h} = \frac{\nu RT}{h} + kh$, $T' = \frac{2\nu RT + 2kh^2}{\nu R}$. Если изначально при температуре T пружина была сжата на Δx, то уравнения I и ~~II~~ II примут вид:

$\nu RT' = 2\nu RT + 2kh^2$

(+) (Б)

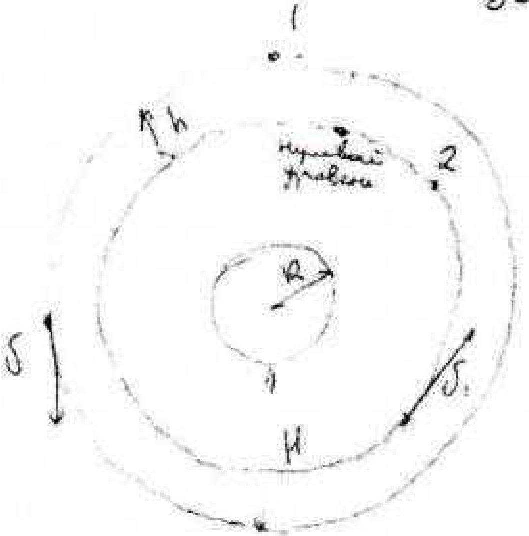
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 3 8 1 7

Задача № 3



Если $g = 10\frac{м}{с^2}$, то для тела массой m на Земле:

$$mg = G\frac{Mm}{R^2}; \Rightarrow M = \frac{gR^2}{G}$$ - масса Земли.

По з.с.э.: $E_п = -G\frac{mM}{r}$

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{m\upsilon_1^2}{2} - mgh + Q,$$ где Q - кол-во теплоты, выделившееся за счёт снижения спутника.

На орбите 1: $ma_{ц.с} = m\frac{\upsilon^2}{R+H} = G\frac{mM}{(R+H)^2} = \frac{mgR^2}{(R+H)^2} \Rightarrow \upsilon^2 = \frac{gR^2}{R+H}$;

аналогично $\upsilon_1^2 = \frac{gR^2}{R+H-h} \Rightarrow$

$$\frac{mgR^2}{2(R+H)} = \frac{mgR^2}{2(R+H-h)} - mgh + Q;\ Q = mg\left(\frac{R^2}{2(R+H)} - \frac{R^2}{2(R+H-h)} + h\right) =$$

$$= \cancel{500 \cdot 10 \cdot \frac{(6400\cdot 10^3)^2}{2(6400}} = +500\cdot(10\cdot 10^3)\left(\frac{6400^2}{2\cdot(6400+200)} - \frac{6400^2}{2(6400+200-10)} + 10\right)$$

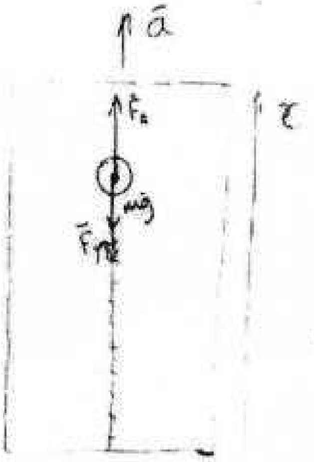
$\approx 26,5$ кДж

Ответ: $Q \approx 26,5$ кДж

$$\begin{cases} mg - k\Delta x = \dfrac{\nu RT}{Sh} S & (I') \\ mg - k(\Delta x - h) = \dfrac{\nu RT'}{2Sh} S & (II') \end{cases}$$ вычитая их, получим такой же ответ для T'

Ответ: $T' = 2T + \dfrac{2kh^2}{\nu R} = \dfrac{2\nu RT + 2kh^2}{\nu R}$ (+)

Задача №4



До движения бака:

Запишем 2й з-н Ньютона для шарика: $F_{упр} = k\Delta x$

$\vec{F}_{упр} + m\vec{g} + \vec{F}_A = 0$; $m = \frac{2}{3}\rho V$; $F_A = \rho V g$; в проекциях на Ox:

$k\Delta x + g\frac{2}{3}\rho V = \rho V g$; $k\Delta x = \frac{1}{3}\rho V g$; $\Delta x = \frac{\rho V g}{3k}$ — растяжение пружины до движения бака.

При движении бака с ускорением a, на шарик будет действовать сила инерции $F_и = ma$, направленная против движения бака. => Пружина из растянутого состояния начнёт сжиматься до тех пор, пока F_a не уравновесится с $\vec{F}_и + mg$, т.е.: $\rho V g = \frac{2}{3}\rho V g + \frac{2}{3}\rho V a$,

$g = \frac{2}{3}g + \frac{2}{3}a$; $\frac{1}{3}g = \frac{2}{3}a$; $g = 2a$, $a = \frac{g}{2}$ => ~~пока~~ если $a < \frac{g}{2}$ то пружина будет ещё растянута на $\Delta x'$ => $h = \Delta x - \Delta x'$; Найдём $\Delta x'$. По 2-му з-ну Ньютона в проекциях на Ox:

$F_a = k\Delta x' + mg + ma$; $\rho V g = k\Delta x' + \frac{2}{3}\rho V g + \frac{2}{3}\rho V a$; $\Delta x' =$

$= \dfrac{\frac{1}{3}\rho V g - \frac{2}{3}\rho V a}{k} = \dfrac{\rho V g - 2\rho V a}{3k} \Rightarrow h = \dfrac{\rho V g}{3k} - \dfrac{\rho V g - 2\rho V a}{3k} = \dfrac{2}{3}\dfrac{\rho V a}{k}$, ✓

если $a < \frac{g}{2}$. Если $a = \frac{g}{2}$, то $h = \Delta x = \frac{\rho V g}{3k}$

(+) (5)

Если $a > \frac{g}{2}$, то пружина будет сжата так, что $F_{упр}$ будет действовать в противоположную сторону:

$m\vec a + m\vec g + \vec F_a + \vec F_{упр} = 0$, в проекциях на ось x:

$ma + mg = F_a + F_{упр}$;

$\frac{2}{3}\rho V a + \frac{2}{3}\rho V g = \rho V g + k\Delta x_1$;

$\frac{2}{3}\rho V a = \frac{1}{3}\rho V g + k\Delta x_1$; $k\Delta x_1 = \frac{2}{3}\rho V a - \frac{1}{3}\rho V g$;

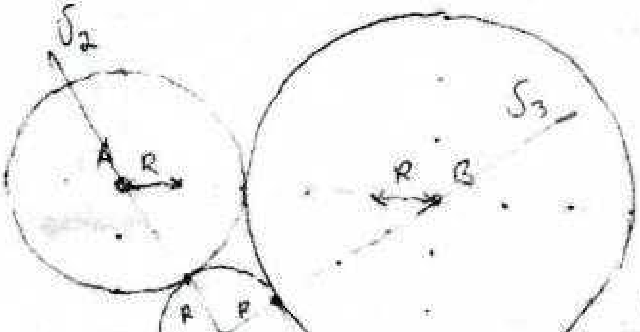
$\Delta x_1 = \frac{2\rho V a - \rho V g}{3k} \Rightarrow h = \Delta x + \Delta x_1 = \frac{\rho V g}{3k} + \frac{2\rho V a}{3k} - \frac{\rho V g}{3k} = \frac{2\rho V a}{3k}$

Ответ: $a < g\cdot\frac{1}{2}$: $h = \frac{2\rho V a}{3k}$, $a = \frac{g}{2}$: $h = \frac{\rho V g}{3k}$,

$a > \frac{g}{2}$: $h = \frac{2\rho V a}{3k}$. Шарик всегда смещается вниз относительно бака

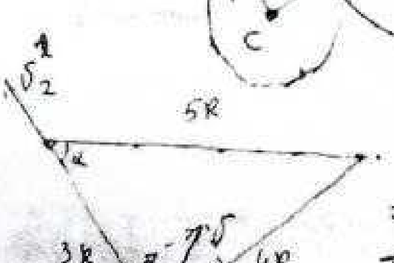
+ 5

Задача №6



ΔABC - прямоугольный, т.к. $(3R)^2 + (4R)^2 = (5R)^2$.

Т.к. с шаром A шар C взаимодействует в точке, то скорость шара A направлена вдоль $\overline{CA}$. При этом, т.к. $\alpha = arctg\frac{4}{3}$, то



по з.с.и

$\Rightarrow v_2 = v\cos\alpha = 0{,}6v$. $v_3 = v\sin\alpha = 0{,}8v$.

Т.к. изменение вн.эн. тела связано с массой, теплоёмкостью, телом, но исходя из данных задачи изменение внутренней энергии тела радиусом 3R найти невозможно!

33817

№3

Неверно записана энергия. Ход решения верный, балл повышен.

№6

Массы сократятся! Не придумывайте новое условие. 1 балл можно добавить.

ЦЕНТР ДОВУЗОВСКОЙ ПОДГОТОВКИ

02.04.19

(Башкин С.В.)