ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

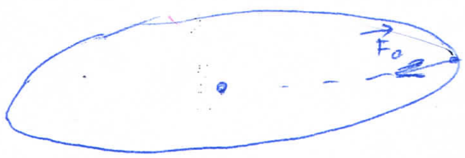
ШИФР 286

Класс 11 Вариант 8 Дата Олимпиады 19.02.17

Площадка написания СПбГЭТУ "ЛЭТИ"

Задача	1	2	3	4	5	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	9	10	8	10	—	37	тридцать семь	[illegible]

1.



Расчитаем силу упругости F_0. Она равна

$$F_0 = k(L' - L)$$ (по закону Гука)

где L' – конечная длина жгута

выразим L': $F_0 = kL' - kL$

$$kL' = F_0 + kL$$

$$L' = \frac{F_0 + kL}{k}$$

В то же время L' длина новой окружности (большего радиуса R)

$$2\pi R = L'$$

$$R = \frac{L'}{2\pi}$$

По второму закону Ньютона получаем

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$$

Для нашего случая он примет вид

$$m a_ц = F_0 \qquad a_ц = \omega^2 R$$

$$m \cdot \omega^2 R = F_0$$ +

$$\omega^2 = \frac{F_0}{Rm} = \frac{F_0 2\pi}{m L'} = \frac{F_0 (2\pi)^2 \cdot k}{m \cdot (F_0 + kL)}$$

(подставим)

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

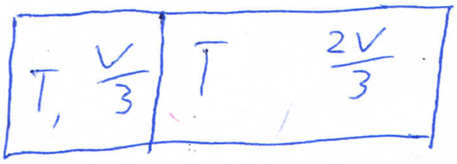
ШИФР 286

извлекая корень получим

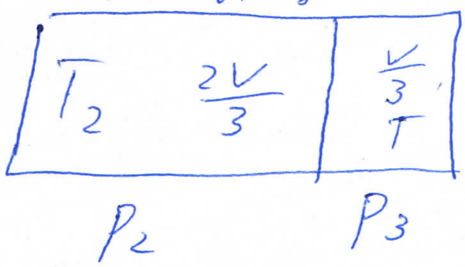
$$\omega = \sqrt{\frac{F_0 2\pi \cdot k}{m(F_0+kL)}}$$

Ответ: $2\pi\sqrt{\frac{F_0 \cdot 2\pi \cdot k}{m(F_0+kL)}}$

2. сначала



в конце



т.к. поршень сначала (при начальное T слева) неподвижен то давление p_1 слева равно давлению p_0 справа

$$P_1 = p_0 \quad (1)$$

$P_1 \frac{V}{3} = \nu_1 RT$ по уравнению Менделеева-Клапейрона

$P_0 \frac{2V}{3} = \nu_2 RT$

выразим p_1 и p_0 и подставим в (1)

$$\frac{\nu_1 RT \cdot 3}{V} = \frac{\nu_2 RT \cdot 3}{2V}$$

$$\nu_1 = \frac{\nu_2}{2} \qquad \nu_2 = 2\nu_1 \quad (*)$$

Т.к. газ из ~~на~~ сосуда не выходит, то соотношение сохранится для второго случая.

Во втором случае имеем ~~такое~~ же равенство давлений, но уже других

$$P_2 = P_3 \quad (2)$$

$P_2 \frac{2V}{3} = \nu_1 RT_2$ (по уравнению Менделеева-Клапейрона)

$P_3 \frac{V}{3} = \nu_2 RT$

![ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ]

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 286

подставим во (2)

$$\frac{3 \cdot \nu_1 R T_2}{2V} = \frac{3\nu_2 R T}{V}$$

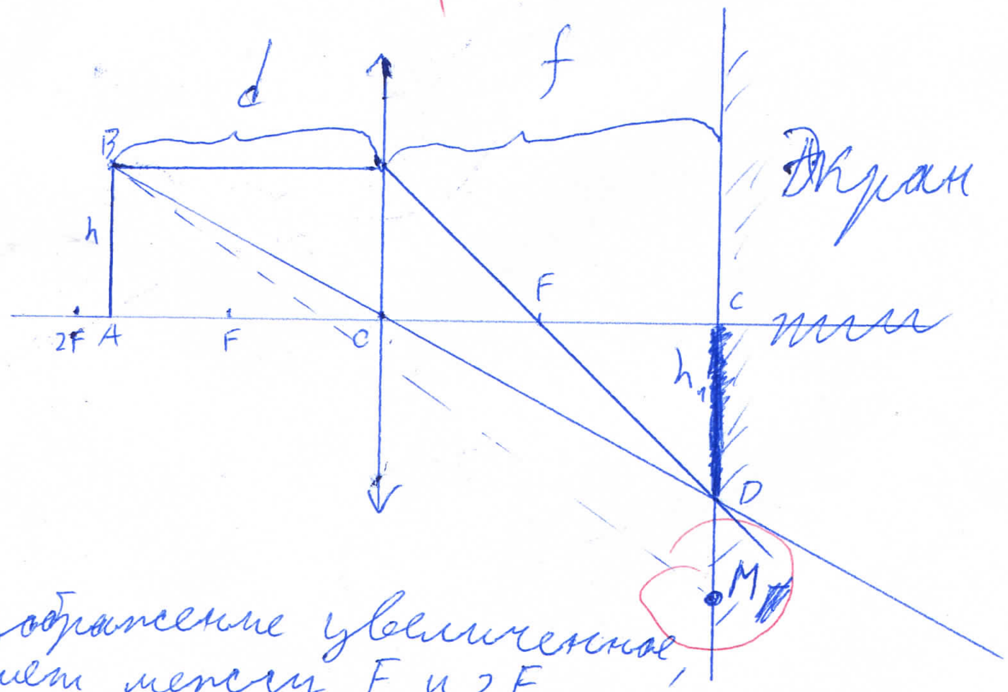
$$\frac{\nu_1 T_2}{2} = \nu_2 T$$

$$T_2 = \frac{2\nu_2 T}{\nu_1} = \frac{2 \cdot 2\nu_1 T}{\nu_1} = 4T$$

(подставим *)

Ответ: $4T$ +

3.



т.к. изображение увеличенное то предмет между F и 2F

т.к. изображение четкое, то экран находится в том месте где пересекаются лучи

по формуле тонкой линзы получаем

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \quad (1)$$

Из подобия $\triangle BAO$ и $\triangle COD$ (по двум углам (∠COD = ∠BOA – вертикальные ∠BAO = ∠OCD = 30°)

получим $\frac{f}{d} = \frac{h_1}{h}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 286

выразим f: $f = \frac{d h_1}{h}$ подставим в (1)

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{h}{d h_1} = \frac{h_1 + h}{d h_1} \quad (1)$$

Пусть во втором случае все лучи пересекутся в точке M и ~~высота изображения~~ CM будет ~~...~~ высотой нового изображения назовем её X.

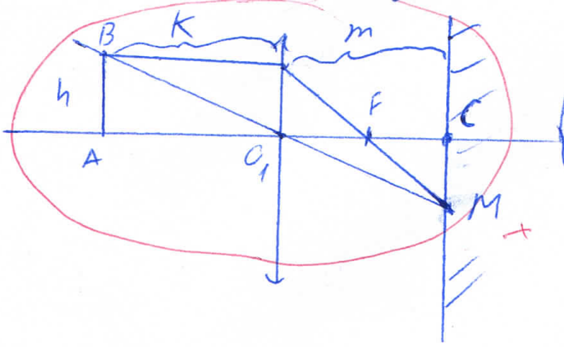
По формуле тонкой линзы

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{k} + \frac{1}{m}$$

где k — ~~...~~ расстояние от предмета до линзы
m — от линзы до экрана

~~Чтобы не зап~~

по подобию $\triangle C_1 M$ и $\triangle B C_1 A$



(схематичное изображение второго случая)

(F у линзы не меняется)

$$\frac{X}{h} = \frac{m}{k}$$

$$m = \frac{kX}{h}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{k} + \frac{h}{kX}; \quad \frac{1}{F} = \frac{X+h}{kX} \quad (2)$$

Нам также известно, что $d + f = k + m = const$

Совместим (1) и (2)

$$\frac{h_1 + h}{d h_1} = \frac{(X+h)}{k X}$$

подставим (3)

$$d + \frac{d h_1}{h} = k + \frac{kX}{h}$$

$$d\left(1 + \frac{h_1}{h}\right) = k\left(1 + \frac{X}{h}\right)$$

$$d = \frac{\left(1 + \frac{X}{h}\right)k}{\left(1 + \frac{h_1}{h}\right)} \quad (3)$$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 286

$$\frac{h_1+h}{h_1\cdot\left(\frac{1+\frac{x}{h}}{1+\frac{h_1}{h}}\right)k}=\frac{(x+h)}{kx}\quad\Big|\cdot k \quad k\neq 0$$

$$\frac{h_1+h}{h_1\cdot\frac{\frac{h+x}{h}}{\frac{h+h_1}{h}}}=\frac{x+h}{x}$$

$$\frac{h_1+h}{h_1\cdot\left(\frac{h+x}{h+h_1}\right)}=\frac{x+h}{x}$$

$$(h_1+h)x=(x+h)h_1\left(\frac{h+x}{h+h_1}\right)$$

$$(h_1+h)x=\frac{(xh_1+hh_1)(h+x)}{h+h_1}$$

$$(h+h_1)^2\cdot x=xh_1h+h^2h_1+x^2h_1+xhh_1$$

$$(h_1+h)^2\cdot x=2h_1hx+x^2h_1+h^2h_1$$

$$x^2h_1+2h_1hx-x(h_1+h)^2+h^2h_1=0$$

$$x^2h_1+x(2h_1h-(h_1+h)^2)+h^2h_1=0$$

$$x(xh_1+2h_1h-h_1^2-2h_1h-h^2+h^2h_1)=0$$

$x=0$ такое возможно, когда M на главной оптической оси, что нам не подходит

$$xh_1-h_1^2-h^2+h^2h_1=0$$

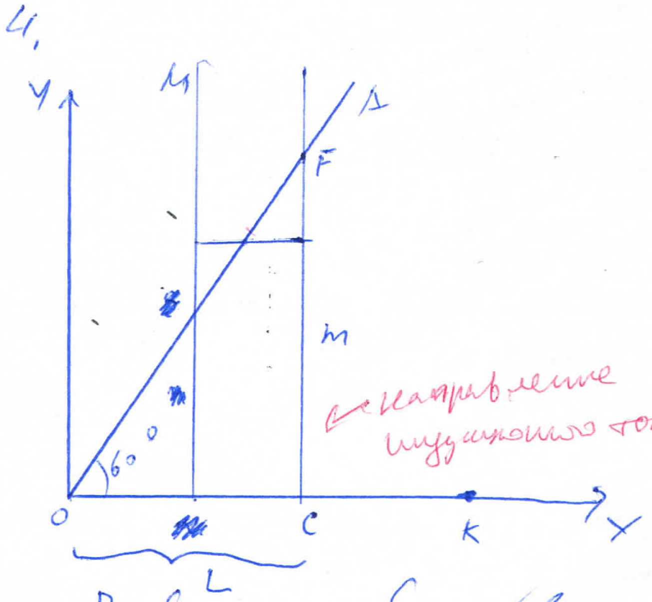
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 286

$$x = \frac{h_1^2 - h^2 h_1 + h^2}{h_1}$$

Ответ: $\frac{h_1^2 - h^2 h_1 + h^2}{h_1}$

4.



По закону электромагнитной индукции

$$\mathcal{E} = -\frac{B\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{B \Delta S \cos\beta}{t}$$

β – угол между векторами нормали и $\vec{B}$ он равен 0 $\cos\beta = 1$

$$\mathcal{E} = \frac{B\Delta S}{t}$$

ΔS равна площади трапеции $NCFS$

$Fl = m$; $SN = n$; $NC = x$

$x = v \cdot t$

$$\mathcal{E} = \frac{B\frac{1}{2}x\cdot(m+n)}{t} = \frac{B\frac{1}{2}\cdot vt(m+n)}{t} = \frac{1}{2}Bv(m+n)$$

Теплота выделившаяся за время t

$$Q = I^2Rt = \frac{u^2}{R}t = \frac{\mathcal{E}^2}{R}t$$

$$I = \frac{u}{R}$$

$R = \frac{m+n}{2}\cdot\rho$ т.к. ~~этот~~ можно считать, что движется средняя линия в SFS

$$Q = \frac{B^2v^2\left(\frac{m+n}{2}\right)^2}{\left(\frac{m+n}{2}\right)\rho}\cdot t = \frac{B^2v^2}{\rho}\left(\frac{m+n}{2}\right)\cdot t$$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 286

$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{m}{L}$ $\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{n}{L-x}$

$Q = \frac{B^2 v^2}{2\rho}(L \cdot \operatorname{tg}60^\circ + (L-x)\operatorname{tg}60^\circ) t =$

$= \frac{B^2 v^2}{2\rho}(L \cdot \operatorname{tg}60^\circ + L \cdot \operatorname{tg}60^\circ - vt \cdot \operatorname{tg}60^\circ) t =$

$= \frac{B^2 v^2 \sqrt{3}(2L - vt) t}{2\rho}$

ΔS равна площади $\triangle OCF$

$\Delta S = \frac{1}{2} L \cdot m$ $\operatorname{tg}60^\circ = \frac{m}{L}$

$\mathcal{E} = \frac{B \Delta S}{t} = \frac{B \cdot \frac{1}{2} L m}{t} = \frac{B \cdot \frac{1}{2} L^2 \operatorname{tg}60^\circ}{t}$

Теплота, которая выделится за время t

$Q = I^2 R t = \frac{U^2}{R} t = \frac{\mathcal{E}^2}{R} t$ $t = \frac{L}{v}$

$R = \frac{m}{2} \cdot \rho$ т.к. можно считать, что движется средняя линия

$Q = \frac{\mathcal{E}^2}{R} t = \frac{2(B \frac{1}{2} L^2 \sqrt{3})^2}{t^2 m \cdot \rho} t = \frac{2 B^2 \frac{1}{4} L^4 \cdot 3}{t\, m\, \rho} = \frac{\frac{1}{2} B^2 L^4 \cdot 3}{t \rho\, L \cdot \sqrt{3}} =$

$= \frac{3 B^2 L^4}{2\sqrt{3} \rho L t} = \frac{3 B^2 L^2 v}{2\sqrt{3}\,\rho}$ Ответ: $\frac{3 B^2 L^2 v}{2\sqrt{3}\,\rho}$

+