ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$ $H=\hbar\omega\left(n+\frac{1}{2}\right)$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 10813

Класс 10 Вариант 5 Дата Олимпиады 11.02.2017

Площадка написания КНИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	5	5	4	10	10	0	15	0	0	54	пятьдесят четыре	Бесф-

(1.)

1) $x=-3$

$\Rightarrow (-2)\cdot 0\cdot 2 = -3\cdot 0$

$0=0$, т.е. $x=-3$ подходит

2) $x\neq -3$

$\Rightarrow (x+1)(x+3)(x+5) = x(x^2-9) = x(x-3)(x+3)$

$(x+1)(x+5) = x(x-3)$

$x^2+5x+x+5 = x^2-3x$

$9x = -5$

$x = -\frac{5}{9}$

Ответ: $x=-3$ и $x=-\frac{5}{9}$

(2.)

$\sqrt{22-x} - \sqrt{10-x} = 2$

ОДЗ: $x\leq 22$, $x\leq 10$ $\Rightarrow$?

$\sqrt{22-x} = 2+\sqrt{10-x}$ $/\uparrow^2$ ($\sqrt{22-x}\geq 0$, $2+\sqrt{10-x}\geq 0$)

$22-x = 4+10-x+4\sqrt{10-x}$

$8 = 4\sqrt{10-x}$

$\sqrt{10-x} = 2$ $/\uparrow^2$ ($\sqrt{10-x}\geq 0$)

$10-x=4$

$x=6$

Ответ: $x=6$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 10813

③

ОДЗ: $x^2 \neq 1$

$x \neq -1$ и $x \neq 1$

$\frac{x^2+2}{x^2-1} < -2$

$\frac{x^2+2}{x^2-1} + 2 < 0$

$\frac{x^2+2+2x^2-2}{x^2-1} < 0$

$\frac{3x^2}{x^2-1} < 0$, т.к. $3x^2 > 0$, при $x \neq 0$, $\Rightarrow x^2-1 < 0$

$x^2-1 < 0$

$x^2 < 1$

$|x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$ не включая $x=0$

Ответ: $x \in (-1; 0) \cup (0; 1)$

④

$\lg(x-13) + 3\lg 2 = \lg(3x+1)$

$3\lg 2 = \lg 2^3 = \lg 8$

$\lg(8x-104) = \lg(3x+1)$

ОДЗ: $x-13 \neq 0$, $x \neq 13$

$3x+1 \neq 0$, $x \neq -\frac{1}{3}$

$\Rightarrow 8x-104 = 3x+1$

$5x = 105$

$x = 21$

Ответ: $x = 21$

⑤

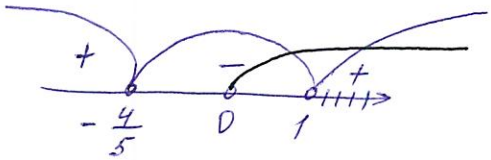
$5^{2x+1} - 5^x - 4 > 0$

Пусть $5^x = t > 0$

$\Rightarrow 5t^2 - t - 4 > 0$

$t_1 = 1$, $t_2 = -\frac{4}{5}$

$(t-1)(t+\frac{4}{5}) > 0$



$\Rightarrow t > 1$

$5^x > 5^0$

$x > 0$

Ответ: $x > 0$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ШИФР 10813

(6.)

Пусть x чел. - живёт в 1 корпусе ; y - во 2-ом; z - в 3-ем

=> получаем систему

$$\begin{cases} x+y+z=119 \\ x-4=y \\ x+3=z \end{cases}$$

Решение системы:

$x+(x-4)+(x+3)=119$

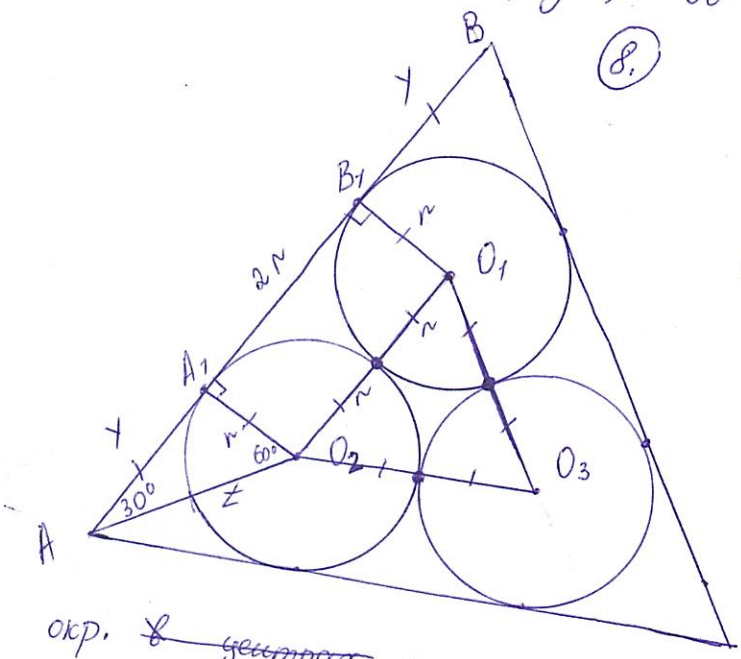
$3x-1=119$

$x=40 \Rightarrow y=40-4=36$

$z=40+3=43$

Ответ: 40 чел. - в 1-м корпусе; 36 - во 2-ом и 43 - в 3-м.

(8.)



$S_{ABC} = 4\sqrt{3}+6$ (дм²)

r - ?

Решение:

т.к. $4\sqrt{3}+6$ - наименьшая S треугольной коробки, => окружности касаются стороны ΔABC (коробки) как показано на рисунке.

1) Рассмотрим сторону O_1O_2 в $\Delta O_1O_2O_3$.

С окр. ~~в центрах~~ с центрами в т. O_1 и O_2. $\exists A_1, B_1$ - точки касания AB

$\Rightarrow \angle O_1B_1A_1 = \angle O_2A_1B_1 = 90°$ (угол между касательной и радиусом)

$\Rightarrow B_1O_1 \parallel A_1O_2$, а т.к. $B_1O_1 = A_1O_2 = r \Rightarrow O_1B_1A_1O_2$ - ~~параллелограмм~~ прямоугольник

~~$\Rightarrow O_1O_2 \parallel A_1B_1$. Аналогично $O_1O_3 \parallel BC$~~ $\Rightarrow O_1O_2 \parallel AB$

Аналогично $O_1O_3 \parallel BC$ и $O_2O_3 \parallel AC$, т.е. $\Delta O_1O_2O_3 \sim \Delta ABC$

$\Rightarrow ABC$ - правильный Δ. $\exists$ a - его сторона $\Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2 \cdot \sin 60°$

$a^2 = 2(4\sqrt{3}+6)\cdot\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{16\sqrt{3}+24}{\sqrt{3}} = 16+\frac{24}{\sqrt{3}} = 16+\frac{24\sqrt{3}}{3} = 16+8\sqrt{3} = 4(1+\sqrt{3})^2$

$\Rightarrow a = 2(1+\sqrt{3})$.

2) $AA_1 = B_1B$ (касательные AB) $\exists AA_1 = B_1B = y$; $AO_2 = t$

т. O_2 - лежит на биссектрисе $\angle A$, т.к. она равноудалена от AB и AC $\Rightarrow \angle A_1AO_2 = 30°$ и $\angle A_1O_2A = 60°$

8. (Продолжение)

$r = \frac{1}{2}t$

$y = \sin 60° \cdot t = \frac{\sqrt{3}}{2}t$ $\Rightarrow \frac{y}{r} = \sqrt{3} \Rightarrow y = \sqrt{3} \cdot r$

$\exists\, r = x$

$\Rightarrow a = 2(1+\sqrt{3}) = 2(y+x)$

$1+\sqrt{3} = x + \sqrt{3}x$

$1+\sqrt{3} = x(1+\sqrt{3})$

$\Rightarrow x = 1 = r$

Ответ: радиус пиццы = 1 дм

10.

Заметим, что 1) $(9+\sqrt{80})(9-\sqrt{80}) = 81-80 = 1$

2) $9+80 = 9+4\sqrt{5} = (2+\sqrt{5})^2$

9.

$\begin{cases} \sin x \cdot \sin y = \frac{3}{4} \\ tg x \cdot tg y = 3 \end{cases}$ $\sin x, \sin y, \cos x$ и $\cos y \neq 0$

$\frac{tg x \cdot tg y}{\sin x \cdot \sin y} = 4 \Rightarrow \cos x \cdot \cos y = \frac{1}{4}$

$\sin x \cdot \sin y + \cos x \cdot \cos y = 1 = \cos(x-y)$

$\Rightarrow x - y = 2\pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$