ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 7 9 2

Класс 11 **Вариант** 41 **Дата Олимпиады** 09.02.2013

Площадка написания Учебно-производственный центр.

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	–	10	0	15	20	–	45	сорок пять	[illegible]

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 7 9 2

№2.

$4x-x^2=A$ $36x-x^2=B$

$x^2-4x+A=0$ $x^2-36x+B=0$

$x_1+x_2=4$ $x_1\cdot x_2=A$ $x_3+x_4=36$ $x_3\cdot x_4=B$

$x_2=qx_1$; $x_3=q^2x_1$; $x_4=q^3x_1$

$$\begin{cases} x_1+qx_1=4 \\ q^2x_1+q^3x_1=36 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1(1+q)=4 \\ q^2x_1(1+q)=36 \end{cases}$$

$$\frac{36}{4}=\frac{q^2\cancel{x_1(1+q)}}{x_1(1+q)}$$

$9=q^2$

$q_1=3$ $q_2=-3$ – невозможно так как $x_1>0, x_2>0, x_3>0, x_4>0$.

$x_1+3x_1=4$

$4x_1=4 \mid :4$

$x_1=1$,

$x_2=3$,

$x_3=9$,

$x_4=27$,

$A=1\cdot 3=3$,

$B=9\cdot 27=243$

Ответ: $A=3$; $B=243$.

№3.

$y=2\sin^2\frac{x}{2}$

$y'=2\cdot\frac{1}{2}\cdot 2\cdot\cos^2\frac{x}{2}=2\cos^2\frac{x}{2}$

$y''=2\cdot\frac{1}{2}\cdot(-\sin\frac{x}{2})=-\sin\frac{x}{2}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 1 9 2

$y^{(3)} = -\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}$

$y^{(4)} = +\frac{1}{4}\sin\frac{x}{2}$

и т. д.

$y^{(n)} = 2^{(2-n)}\cdot\sin\frac{x}{2}$, при $n=4k, k\in Z$

$2016 = 504\cdot 4$

$y^{(2016)} = \frac{1}{2^{2014}}\cdot\sin\frac{x}{2}$

$y^{(2017)} = 2^{-2015}\cdot\cos\frac{x}{2}$

$y^{(2018)} = -2^{-2016}\cdot\sin\frac{x}{2}$

$y^{(2019)} = -2^{-2017}\cdot\cos\frac{x}{2}$ Ответ: $y^{(2019)} = -2^{-2017}\cdot\cos\frac{x}{2}$.

№ 4.

$\sqrt{\cos\frac{x}{2018} - \frac{1}{2}} + \sqrt{\cos x - \frac{1}{2}} = \sqrt{\cos\frac{x}{2018} + \cos x - 1}$

$t_1 = \cos\frac{x}{2018} - \frac{1}{2}$; $t_2 = \cos x - \frac{1}{2}$

$\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2} = \sqrt{t_1 + t_2}$ $t_1 \geq 0$ $t_2 \geq 0$!

$(\sqrt{t_1} + \sqrt{t_2})^2 = (\sqrt{t_1+t_2})^2$

$t_1 + 2\sqrt{t_1 t_2} + t_2 = t_1 + t_2$

$2\sqrt{t_1 t_2} = 0$

$t_1 t_2 = 0$

$t_1 = 0$ $t_2 = 0$

$\cos\frac{x}{2018} = \frac{1}{2}$ $\cos x = \frac{1}{2}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

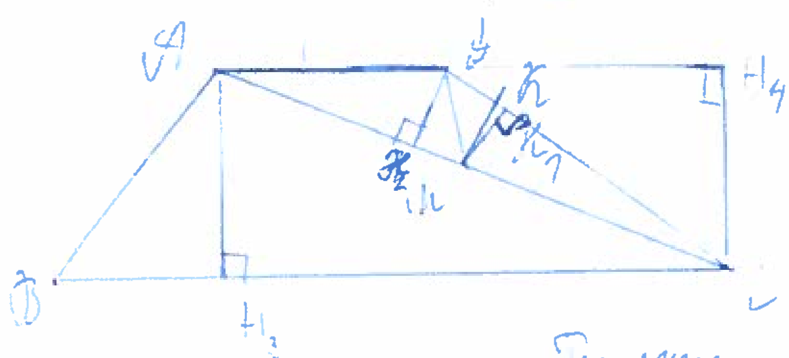
ШИФР 3 7 7 9 2

$\frac{x}{2018} = 2\pi n \pm \frac{\pi}{3}, n \in Z$ $x_2 = 2\pi n \pm \frac{\pi}{3}, n \in Z$

$x_1 = 2018(\pi n \pm \frac{\pi}{3}), n \in Z$

Ответ: $x_1 = 2018(2\pi n \pm \frac{\pi}{3})$; $x_2 = 2\pi n \pm \frac{\pi}{3}$; $n \in Z$.

№5.



Дано: $ABCД$ - трапеция, $AД \parallel BC$; M - середина AC; $K \in ДC$; $3CK = KД$, $AД = 4BC$.

Найти: $\frac{S_{\triangle MKД}}{S_{ABCД}}$.

Решение.

В треугольнике $MCД$ проведём высоту MX_1. Так как $K \in ДC \Rightarrow$ MX_1 - высота также для $\triangle MKД$.

$S_{\triangle MKД} = \frac{ДK \cdot MX_1}{2}$;

$S_{\triangle MCД} = \frac{ДC \cdot MX_1}{2}$

$\frac{S_{\triangle MKД}}{S_{\triangle MCД}} = \frac{ДK}{ДC} = \frac{ДK}{ДK + \frac{ДK}{3}} = \frac{3}{4}$

$S_{\triangle MKД} = \frac{3}{4} S_{\triangle MCД}$ $S_{\triangle MCД} = \frac{4}{3} S_{\triangle MKД}$

В треугольнике $AДC$ проведём высоту $ДH_2$. $ДH_2$ также высота для $\triangle MCД$

$S_{\triangle MCД} = \frac{ДH_2 \cdot MC}{2} = \frac{ДH_2 \cdot AC}{4}$

$S_{\triangle AДC} = \frac{ДH_2 \cdot AC}{2} = 2 S_{\triangle MCД}$

В трапеции проведём высоты AH_3 и CH_4; AH_3 высота для $\triangle ABC$, CH_4 - для $\triangle AДC$

$S_{\triangle AДC} = \frac{AД \cdot CH_4}{2} = 2BC \cdot CH_3$

$S_{\triangle ABC} = \frac{AH_3 \cdot BC}{2} = \cancel{4}$

$S_{ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD} = \frac{AH_3 \cdot BC}{2} + 2BC \cdot CH_3 = \cancel{BC(H_3 \cdot \frac{1}{2})}\ 2\frac{1}{2} \cdot BC \cdot CH_3 =$

$= 2\frac{1}{2} \cdot \frac{S_{\triangle ABC}}{2} = \frac{5}{4} \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{5}{[illegible]} S_{\triangle MCD} = \frac{5}{2} \cdot \frac{4}{3} S_{\triangle MKD} = \frac{10}{3} S_{\triangle MKD}$

$\frac{S_{\triangle MKD}}{S_{ABCD}} = \frac{3}{10} = 0{,}3$

Ответ: $\frac{S_{\triangle MKD}}{S_{ABCD}} = 0{,}3$