GAZPROM
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(a \cdot b)c = a(b c)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 8 7 5 6

Класс 11 **Вариант** 42 **Дата Олимпиады** 09.02.2019

Площадка написания УПЦ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	3	—	15	10	20	—	48	сорок восемь	

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 8 7 5 6

Задание 1

$$A = \frac{\sqrt[3]{2(4+3x)+\sqrt{x}(12+x)} + \sqrt[3]{2(4+3x)-\sqrt{x}(12+x)}}{\sqrt[3]{26-15\sqrt{3}} - \sqrt[3]{26+15\sqrt{3}}}$$

Числитель:

$$\sqrt[3]{2(4+3x)+\sqrt{x}(12+x)} + \sqrt[3]{2(4+3x)-\sqrt{x}(12+x)}$$

Рассмотрим подкоренное выражение:

1) $2(4+3x)+\sqrt{x}(12+x) = 8+6x+12\sqrt{x}+x\sqrt{x}$

Пусть $\sqrt{x}=t$, тогда

$8+6t^2+12t+t^3 = (t^3+8)+6t(t+2) = (t+2)(t^2-2t+4)+$

$+6t(t+2) = (t+2)(t^2+4t+4) = (t+2)^3$

2) Аналогично: $\cancel{(t-2)^3}$

$2(4+3x)-\sqrt{x}(12+x)$

$8+6t^2-12t-t^3 = (8-t^3)+6t(t-2) = (8-t^3)-6t(2-t) =$

$=(2-t)^3$

Следовательно,

$\sqrt[3]{(t+2)^3} + \sqrt[3]{(2-t)^3} = t+2+2-t = 4$

Знаменатель представляет из себя числовое выражение, не зависящее от аргумента x и t

Ответ: $\dfrac{4}{\sqrt[3]{26-15\sqrt{3}} - \sqrt[3]{26-15\sqrt{3}}}$?

$\mp$

Задание 4

$$\sqrt{\cos\frac{x}{2019}-\frac{\sqrt3}{2}}=\sqrt{\cos\frac{x}{2019}+\cos x-\sqrt3}-\sqrt{\cos x-\frac{\sqrt3}{2}}$$

Заметим, что $\cos\frac{x}{2019}-\frac{\sqrt3}{2}+\cos x-\frac{\sqrt3}{2}=\cos\frac{x}{2019}+\cos x-\sqrt3$

Пусть $\cos\frac{x}{2019}-\frac{\sqrt3}{2}=a$; $\cos x-\frac{\sqrt3}{2}=b$; тогда:

$$\sqrt a=\sqrt{a+b}-\sqrt b$$

ОДЗ

$$(\sqrt a+\sqrt b)^2=(\sqrt{a+b})^2 \qquad a+b+2\sqrt{ab}=a+b$$

$$2\sqrt{ab}=0 \Rightarrow \sqrt{ab}=0$$

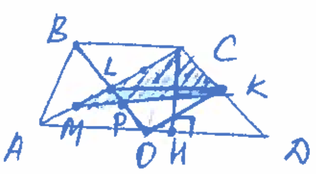
+

$$\left[\begin{array}{l}a=0\\ b=0\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\cos\frac{x}{2019}=\frac{\sqrt3}{2}\\ \cos x=\frac{\sqrt3}{2}\end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm\frac{673\pi}{3}+4038\pi k,\ k\in\mathbb{Z}\\ x=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$$

Корни не противоречат ОДЗ: $a\geq0$ $b\geq0$ $a+b\geq0$

Ответ: $x_1=\pm\frac{673\pi}{3}+4038\pi k$; $x_2=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi n$, ~~$n\in\mathbb{Z}$~~, $k,n\in\mathbb{Z}$

Задание 5



$S_{ABCD}=\frac12(BC+AD)\cdot CH=\frac12\cdot3BC\cdot CH=\frac{3BC\cdot CH}{2}$

$S_{\triangle ACD}=\frac12\cdot AD\cdot CH=BC\cdot CH$

$S_{\triangle LCK}=\frac14 LK\cdot CH=\frac{BC\cdot CH}{4}$

$S_{\square LOKC}=2\cdot S_{\triangle LCK}$

Решение:

Проведем $BO\parallel CD$ и $KO\parallel AC$. В пересечении этих прямых и прямых AC и CD образуется параллелограмм $LOKC$. $\triangle ALO=\triangle LOK=\triangle LCK=\triangle KOD$ (т.к. LK - средняя $\Rightarrow LK\parallel AD\Rightarrow \angle LAO=\angle CLK=\angle LKO=\angle KOD$; $\angle LOA=\angle CKL=\angle KDO=\angle KLO$; $AO=OD=\frac12AD=BC=LC$)

$\longrightarrow$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 8 7 5 6

Р-м $\triangle KPO$, $\triangle MLP$ и $\triangle MCK$

по условию $AM = 3MC$ => $AM = ML = \frac{1}{2}LC$

$\triangle KPO \sim \triangle MLP \sim \triangle MCK$ ($\angle PKO = \angle LMP$; $\angle KPO = \angle LPM = \angle CKM$)

⇓

$\frac{S_{\triangle KPO}}{S_{\triangle MLP}}$; $\frac{S_{\triangle MCK}}{S_{\triangle KPO}}$

$\frac{KO}{ML}$; $\frac{MC}{KO}$ => $\frac{2ML}{ML}$; $\frac{3ML}{2ML}$

$\frac{S_{\triangle MCK}}{S_{\triangle MLP}} = 3$ $S_{\triangle MCK} = 3S_{\triangle MLP}$

$S_{\triangle MCK} = 3S_{\triangle MLP} = 2\cdot S_{\triangle LCK} - S_{\triangle KOP} + S_{\triangle MLP}$ =>

=> $\frac{BC\cdot CK}{2} - 2S_{\triangle MLP} + S_{\triangle MLP} - 3S_{\triangle MLP} = 0$

$\frac{BC\cdot CK}{2} = 4S_{\triangle MLP}$ $S_{\triangle MLP} = \frac{BC\cdot CK}{8}$ $S_{\triangle MCK} = \frac{BC\cdot CK\cdot 3}{8}$

$\frac{S_{\triangle MCK}}{S_{ABCD}} = \frac{BC\cdot CK\cdot 3\cdot 2}{8\cdot 3\cdot BC\cdot CK} = \frac{1}{4} = 0,25$

Ответ: 1 : 4

Задание 3

$\cos^2\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}$

$\cos'(x) = -\sin x$
$\sin'(x) = \cos x$

$y' = \left(2\cdot\frac{1+\cos x}{2}\right)' = (1+\cos x)' = -\sin x$

$y'' = -\cos x$

$y^{(3)} = \sin x$

$y^{(4)} = \cos x$

$y = y^{(4)}$; $y' = y^{(5)}$; $y'' = y^{(6)}$ и т.д.

$\frac{2018}{4} = 504\frac{2}{4}$

⇓

$y^{(2018)} = y'' = \cancel{-\sin x}\ -\cos x$

Ответ: $\cancel{-\sin x}\ -\cos x$