ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(a\cdot b)c=a(b\cdot c)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 3 2 5

Класс 11 **Вариант** 42 **Дата Олимпиады** 09.02.19

Площадка написания ООО „Газпром добыча шельф Южно-Сахалинск" „Газпром-класс"

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	15	10	20	15	75	семьдесят пять	[signature]

№1. $A=\dfrac{\sqrt[3]{2(4+3x)+\sqrt{x}(12+x)}+\sqrt[3]{2(4+3x)-\sqrt{x}(12+x)}}{\sqrt[3]{26-15\sqrt{3}}-\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}}}=\cancel{\sqrt[3]{8+6x+12\sqrt{x}+x\sqrt{x}}+\sqrt[3]{8+6x-12\sqrt{x}}}$

$=\dfrac{\sqrt[3]{8+6x+12\sqrt{x}+x\sqrt{x}}+\sqrt[3]{8+6x-12\sqrt{x}-x\sqrt{x}}}{\sqrt[3]{8-12\sqrt{3}+18-3\sqrt{3}}-\sqrt[3]{8+12\sqrt{3}+18+3\sqrt{3}}}=\dfrac{\sqrt[3]{6\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)+(\sqrt{x}+2)(x-2\sqrt{x}+4)}+}{\sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^3}-\sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^3}}$

$\dfrac{+\sqrt[3]{6\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)-(\sqrt{x}-2)(x+2\sqrt{x}+4)}}{}=\dfrac{\sqrt[3]{(\sqrt{x}+2)(x+4\sqrt{x}+4)}+\sqrt[3]{(\sqrt{x}-2)(-x+4\sqrt{x}-4)}}{2-\sqrt{3}-2-\sqrt{3}}=$

$=-\dfrac{\sqrt[3]{(\sqrt{x}+2)^3}+\sqrt[3]{(2-\sqrt{x})^3}}{2\sqrt{3}}=-\dfrac{\sqrt{x}+2+2-\sqrt{x}}{2\sqrt{3}}=-\dfrac{2}{\sqrt{3}}=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

При $x=0{,}2018$; $A=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

Ответ: $-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ (+)

№2. $p(x)=A$; $q(x)=B$; $p(x)=6x-x^2$; $q(x)=24x-x^2$.

Т.к. x_1, x_2, x_3 и x_4 составляют арифметическую прогрессию, то:

$x_2=x_1+d$;
$x_3=x_1+2d$;
$x_4=x_1+3d$; , где d – разница прогрессии.

$6x-x^2=A$
$x^2-6x+A=0$

$24x-x^2=B$
$x^2-24x+B=0$

По теореме Виета:

$\begin{cases}x_1x_2=A,\\ x_1+x_2=6;\end{cases}$ $\begin{cases}x_3x_4=B,\\ x_3+x_4=24;\end{cases}$ =>

$x_3+x_4=x_1+2d+x_2+2d=6+4d=24$ =>

$d=\dfrac{18}{4}=\dfrac{9}{2}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 3 2 5

Класс 11 **Вариант** 42 **Дата Олимпиады** 07.02.22

Площадка написания ООО "Газпром добыча шельф Южно-Сахалинск" "Газпром-Класс"

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка									

№2 (продолжение)

$x_1 + x_1 + d = 6$

$2x_1 = 6 - d$

$x_1 = 3 - \frac{d}{2} = 3 - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$

$A = x_1 x_2 = \frac{3}{4}\left(\frac{3}{4} + \frac{9}{2}\right) = \frac{3 \cdot 21}{4 \cdot 4} = \frac{63}{16} = 3\frac{15}{16}$

$B = x_3 x_4 = \left(\frac{3}{4} + 9\right)\left(\frac{3}{4} + \frac{27}{2}\right) = \frac{39 \cdot 57}{16} = \frac{2223}{16} = 138\frac{15}{16}$

Ответ: $A = 3\frac{15}{16}$; $B = 138\frac{15}{16}$ +

№3

$y = 2\cos^2\frac{x}{2} = 1 + \cos x$

$y' = -\sin x$

$y'' = -\cos x$

$y''' = \sin x$ => если ~~[illegible]~~ порядок производной m делится на 4, то $y^{(m)} = \cos x$ =>

$y'''' = \cos x$

$y^{(2016)} = \cos x$ ("(2016)" обозначает производную 2016-го порядка)

$y^{(2018)} = (\cos x)'' = -\cos x$

Ответ: $y^{(2018)} = -\cos x$ +

№4.

$\sqrt{\cos\frac{x}{2019} - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\cos\frac{x}{2019} + \cos x - \sqrt{3}} - \sqrt{\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2}}$

Пусть $\cos\frac{x}{2019} - \frac{\sqrt{3}}{2} = a$, $\cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} = b$, тогда

$\sqrt{a} = \sqrt{a+b} - \sqrt{b}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 3 2 5

№4 (продолжение)

$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}$

Возведём левую и правую части выражения в квадрат (т.к. $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ и $\sqrt{a+b}$ больше/равны 0, то мнимых корней не возникнет).

$a+b+2\sqrt{ab}=a+b$

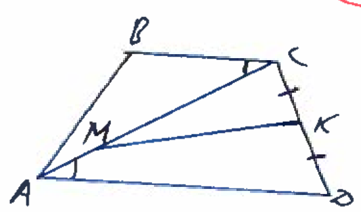
$2\sqrt{ab}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0; \\ b=0; \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}, \\ \cos\frac{x}{2019}=\frac{\sqrt{3}}{2}; \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi k, k\in Z, \\ \frac{x}{2019}=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi m, m\in Z; \end{array}\right. \Leftrightarrow$

$\left[\begin{array}{l} x=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi k, k\in Z, \\ x=\pm(336{,}5\pi)+4038\pi m, m\in Z; \end{array}\right.$

Ответ: $x\in\{\pm\frac{\pi}{6}+2\pi k, k\in Z; \pm 336{,}5\pi+4038\pi m, m\in Z\}$.

1+

№5.



Дано: $ABCD$ – трапеция, $BC \parallel AD$, $AD=2BC$. $M\in AC$; $AC=3AM$. K – середина CD.

Найти: $\frac{S_{\triangle MCK}}{S_{ABCD}}$.

Решение:

$S_{\triangle MCK}=\frac{1}{2}MC\cdot CK\cdot\sin\angle MCK$.

$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AC\cdot CD\cdot\sin\angle ACD=\frac{8}{3}S_{\triangle MCK}$ $S_{\triangle MCK}=\frac{3}{8}S_{\triangle ACD}$

$\angle BCA=\angle CAD$, как накрест лежащие при $BC\parallel AD$ и сек. AC $\Rightarrow$

$\angle BAC+\angle ABC=\angle ACD+\angle ADC$.

$S_{ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}$.

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AC\cdot\sin\angle BCA$.

$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AC\cdot AD\cdot\sin\angle CAD=2S_{\triangle ABC}\Rightarrow S_{ABCD}=1{,}5\,S_{\triangle ACD}$

№5 (продолжение)

$S_{\triangle ACD} = \frac{2}{3} S_{ABCD}$

$S_{\triangle MCK} = \frac{3}{8} S_{\triangle ACD} = \frac{S_{ABCD}}{4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle MCK}}{S_{ABCD}} = \frac{7}{4}.$

Ответ: $\frac{S_{\triangle MCK}}{S_{ABCD}} = \frac{7}{4}.$ +

№6. $\begin{cases} x^{70}+y^{70}+z^{70}=7, \\ -2x^5+y^5+5z^5=\sqrt{375}; \end{cases}$

Пусть:

$x^5=a$; $y^5=b$, $z^5=c$, тогда:

$\begin{cases} a^2+b^2+c^2=7 \\ -2a+b+5c=\sqrt{375} \end{cases}$

$-2a+b+5c$ является уравнением плоскости, т.е. пересечение сферы a^2+b^2+c и плоскости $-2a+b+5c$ (если они вообще пересекаются) представляет собой либо точку, либо окружность. В таком случае, есть по меньшей мере 1 точка, лежащая на данной окружности / являющаяся данной точкой, ~~через~~ принадлежащая плоскости, параллельной плоскости aob, т.е.

$b = 2a+\sqrt{375}-5c$

$a^2+(2a+\sqrt{375}-5c)^2+c^2=7$

$a^2+4a^2+375+25c^2+4\sqrt{375}\,a-20ac-10\sqrt{375}\,c+c^2-7=0$

$5a^2+a(4\sqrt{375}-20c)+26c^2-10\sqrt{375}\,c+374=0$ (1)

Если точка, описанная выше, соответствует условию, то существуют значения / значение c такие / такое, что a — единственный корень уравнения 1, т.е. $D=0$ и $D_1=0$

№6 (продолжение)

$D_1 = (2\sqrt{375} - 10c)^2 - 130c^2 + 50\sqrt{375}\,c - 1570 = 0$

$1260 - \cancel{10c}\ 40\sqrt{375}\,c + 100c^2 - 130c^2 + 50\sqrt{375}\,c - 1570 = 0$

$-30c^2 + 10\sqrt{375}\,c - 370 = 0$

$3c^2 - \sqrt{375}\,c + 37 = 0$

Если ~~е~~ такие значения/значение c существуют/существует, то:

$D = 375 - 37\cdot 3\cdot 4 > 0$

$375 - 372 > 0$

$-57 > 0$ – неверно, значит, таких значений c нет, значит плоскость, задаваемая уравнением $-2a + b + 5c = \sqrt{375}$ не пересекается со сферой, заданной уравнением $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, т.е. ~~нет~~ значений a, b и c, удовлетворяющих этим 2 уравнениям, нет $\Rightarrow$ значений x, y и z, удовлетворяющих изначальным (данным в условии) выражениям нет.

Ответ: $\varnothing$