ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 0 0 4

Класс 11 Вариант 42 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания МАОУ Лицей №1 г. Южно-Сахалинска

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	—	10	15	4	20	0	49	сорок девять	

Задание 2. Решение: найдем корни уравнения $p(x) = A$

$-x^2+6x-A=0$

$D = 36-4A = 4(9-A)$

$x_{12} = \frac{-6 \pm \sqrt{D}}{-2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{9-A}}{-2} = \left[\begin{array}{l} 3+\sqrt{9-A} \\ 3-\sqrt{9-A} \end{array}\right.$

найдем корни уравнения $q(x) = B$

$-x^2+24x-B=0$

$D = 576-4B = 4(144-B)$

$x_{34} = \frac{-24 \pm 2\sqrt{144-B}}{-2} = \left[\begin{array}{l} 12+\sqrt{144-B} \\ 12-\sqrt{144-B} \end{array}\right.$

По условию, x_1, x_2, x_3, x_4 - арифметическая прогрессия. Т. е.

$3-\sqrt{9-A}$, $3+\sqrt{9-A}$, $12-\sqrt{144-B}$, $12+\sqrt{144-B}$ — арифметическая прогрессия. формула арифметической прогрессии:

$a_n = a_1 + (n-1)d$, где $d = a_n - a_{n-1}$

найдем d. $d = 3+\sqrt{9-A} - (3-\sqrt{9-A}) = 2\sqrt{9-A}$

$d = 12+\sqrt{144-B} - (12-\sqrt{144-B}) = \cancel{2\sqrt{144A}}\ 2\sqrt{144-B}$

то есть: $2\sqrt{9-A} = 2\sqrt{144-B}$ и $\sqrt{9-A} = \sqrt{144-B}$

$x_3 = x_2 + 2\sqrt{9-A}$; $12-\sqrt{9-A} = 3+3\sqrt{9-A}$

$4\sqrt{9-A} = 9$

$\sqrt{9-A} = \frac{9}{4}$

$9-A = \frac{81}{16}$

$A = \frac{144-81}{16} = \frac{63}{16} = 3\frac{15}{16}$

$144-B = 9-A$

$B = 144 - \frac{81}{16} = \frac{2223}{16} = 138\frac{15}{16}$

Ответ: $A = 3\frac{15}{16}$ $B = 138\frac{15}{16}$

(+)

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 5 | 0 | 0 | 4 |

Задание 3. $y = 2\cos^2\frac{x}{2}$. преобразуем функцию. (упростим ее)

$2\cos^2\frac{x}{2} = 2\left(\frac{1+\cos x}{2}\right) = 1 + \cos x$. Найдем сначала производную первого порядка, затем второго порядка и так далее...

$y' = -\sin x$ $\quad y^{(5)} = -\sin x$

$y'' = -\cos x$ $\quad y^{(6)} = -\cos x$ $\quad \dots$

$y''' = \sin x$ $\quad y^{(7)} = \sin x$

$y'''' = \cos x$ $\quad y^{(8)} = \cos x$

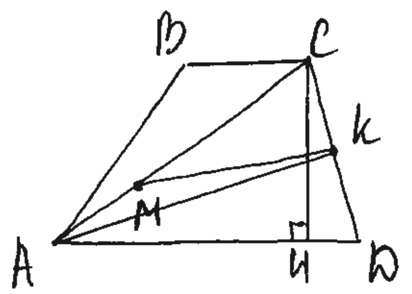
заметим закономерность значение производной повторяется после 3-х производных. Т.е. $y^{(1)} = y^{(5)} = y^{(9)} = \dots = y^{(2017)}$

и $y'' = y^{(6)} = y^{(10)} = \dots = y^{(2018)}$ т.к. 2018 - это 505 член арифметической прогрессии $a_n = a_1 + (n-1)d$, где $a_1 = 2$, $d = 4$

то есть $y^{(2018)} = y'' = -\cos x$

Ответ: $y^{(2018)} = -\cos x$. +

Задание 5.



Дано: $ABCD$ трапеция

$AD \parallel BC$

$3AM = MC$

$DK = KC$

$AD = 2BC$

$\frac{S_{\triangle MCK}}{S_{ABCD}}$ - ?

Решение: дополнительная линия - AK.

Рассмотрим $\triangle ACD$: $CK = KD \Rightarrow S_{\triangle ACK} = S_{\triangle AKD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ACD}$

Рассмотрим $\triangle ACK$ $\cancel{3}CM = 3AM \Rightarrow S_{\triangle MCK} = \frac{3}{4} S_{\triangle ACK}$, что в свою очередь $S_{\triangle MCK} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} S_{\triangle ACD} = \frac{3}{8} S_{\triangle ACD}$.

CH - высота. $S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot CH = BC \cdot CH$ $\quad S_{\triangle MCK} = \frac{3}{8} BC \cdot CH$

$S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2} \cdot CH = \frac{3BC \cdot CH}{2}$; $\quad \frac{S_{\triangle MCK}}{S_{ABCD}} = \frac{3BC \cdot CH \cdot 2}{8 \cdot 3BC \cdot CH} = \frac{1}{4} = 0{,}25$ +

Ответ: 0,25.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(a\cdot b)c=a(b\cdot c)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 0 0 4

Задание 4.

$$\sqrt{\cos\frac{x}{2019}-\frac{\sqrt{3}}{2}}=\sqrt{\cos\frac{x}{2019}+\cos x-\sqrt{3}}-\sqrt{\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

возведем обе части в квадрат.

$$\cancel{\cos\frac{x}{2019}}-\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\cancel{\cos\frac{x}{2019}}+\cos x-\sqrt{3}+\cos x-\cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}}-2\sqrt{\left(\cos\frac{x}{2019}+\cos x-\sqrt{3}\right)\left(\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$$

$$-\sqrt{3}+2\cos x-2\sqrt{\left(\cos\frac{x}{2019}+\cos x-\sqrt{3}\right)\left(\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}=0$$

$$\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{\left(\cos\frac{x}{2019}+\cos x-\sqrt{3}\right)\left(\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$$

$$\left(\sqrt{\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}}\right)^2=\sqrt{\left(\cos\frac{x}{2019}+\cos x-\sqrt{3}\right)\left(\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}$$

$$\sqrt{\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}}\left(\sqrt{\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}}-\sqrt{\cos\frac{x}{2019}+\cos x-\sqrt{3}}\right)=0$$

$\sqrt{\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}}=0$ или $\sqrt{\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}}-\sqrt{\cos\frac{x}{2019}+\cos x-\sqrt{3}}=0$

$x=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi k, k\in Z$

$$\cancel{\cos x}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos\frac{x}{2019}+\cancel{\cos x}-\sqrt{3}$$

$$\cos\frac{x}{2019}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{x}{2019}=\pm\frac{\pi}{6}+2\pi k, k\in Z$$

$$x=\pm\frac{2019\pi}{6}+4038\pi k$$

+