ГАЗПРОМ **ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

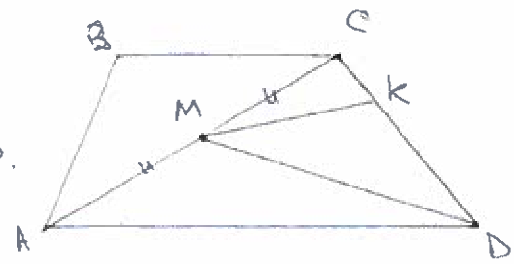
ШИФР 3 9 5 8 3

Класс 11 **Вариант** 41 **Дата Олимпиады** 09.02.2019

Площадка написания МОУ, СОШ №1, г. Надым

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	9	–	20	30					74	семьдесят четыре	

Задание 5



3CK = DK

$S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = \frac{1}{2}\cdot\rho(BC;AD)(BC+AD)$,

т.о., т.к. $AD = 4BC$, $S_{ACD} = \frac{4}{4+1} S_{ABCD} = 0,8 S_{ABCD}$.

Т.к. $AM = MC$ по условию, то MD – медиана $\triangle ACD$ и т.о. $S_{MCD} = \frac{1}{2} S_{ACD} = 0,4 S_{ABCD}$.

$S_{MCK} = \frac{1}{2}\rho(M;CK)\cdot CK$; $S_{MKD} = \frac{1}{2}\rho(M;KD)\cdot KD$, но $\rho(M;CK) = \rho(M;KD) = \rho(M;CD)$, т.о. $S_{MKD} : S_{MCK} = KD : CK = 3:1$.

Значит $S_{MKD} = \frac{3}{4} S_{MCD} = 0,3 S_{ABCD}$.

Т.о. $\frac{S_{MKD}}{S_{ABCD}} = 0,3$.

Ответ: 0,3.

Задание 6

Из 1-го уравнения следует, что $|x| \le 1$, $|y| \le 1$ и $|z| \le 1$, тогда $x \in [-1;1]$, $y \in [-1;1]$, $z \in [-1;1]$, тогда $3x^3 \in [-3;3]$, $5y^3 \in [-5;5]$, $4z^3 \in [-4;4]$, и тогда максимальное возможное значение $3x^3 + 5y^3 - 4z^3$ равно $3+5+4 = 12$, что меньше $\sqrt{213}$ ($144 < 213$). Значит решение данной системы отсутствует.

Ответ: решений нет.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 9 5 8 3

Задание 1.

$$A=\frac{\sqrt[3]{38+17\sqrt5}+\sqrt[3]{38-17\sqrt5}}{\sqrt[3]{(1+3x)+\sqrt x(3+x)}-\sqrt[3]{\sqrt x(3+x)-(1+3x)}}=\frac{\sqrt[3]{2^3+3\sqrt5\cdot2^2+3\cdot5\cdot2+5\sqrt5}+\sqrt[3]{2^3-12\sqrt5+30-5\sqrt5}}{\sqrt[3]{x\sqrt x+3x+3\sqrt x+1}-\sqrt[3]{x\sqrt x-3x+3\sqrt x-1}}=$$

$$=\frac{\sqrt[3]{(2+\sqrt5)^3}+\sqrt[3]{(2-\sqrt5)^3}}{\sqrt[3]{(\sqrt x+1)^3}-\sqrt[3]{(\sqrt x-1)^3}}=\frac{2+\sqrt5+2-\sqrt5}{\sqrt x+1-\sqrt x+1}=\frac42=2.$$

~~Ответ~~ Ответ: 2.

Задание 2.

$f(x)=4x-x^2$

$4x-x^2=A$

$x^2-4x+A=0$

$g(x)=36x-x^2$

$36x-x^2=B$

$x^2-36x+B=0$

По теореме Виета:

$$\begin{cases}x_1+x_2=4\\x_1\cdot x_2=A\end{cases}\qquad\begin{cases}x_3+x_4=36\\x_3\cdot x_4=B\end{cases}$$

Т.к. прогрессия геометрическая, то $x_n=\sqrt{x_{n-1}\cdot x_{n+1}}$, т.е.

$x_2^2=x_1\cdot x_3$

Также, т.к. прогрессия конечная, то справедливо $x_1\cdot x_4=x_2\cdot x_3$

Получаем:

$$\begin{cases}x_1+x_2=4\\x_1\cdot x_2=A\\x_3+x_4=36\\x_3\cdot x_4=B\\x_1\cdot x_4=x_2\cdot x_3\\x_2^2=x_1\cdot x_3\end{cases}$$

$x_1+x_2=4\longrightarrow x_2=4-x_1$

$x_4=36-x_3=36-\frac{(4-x_1)^2}{x_1}$

$(4-x_1)^2=x_1\cdot x_3\longrightarrow x_3=\frac{(4-x_1)^2}{x_1}$

$x_1\cdot x_4=x_2\cdot x_3$, т.е. $x_1\left(36-\frac{(4-x_1)^2}{x_1}\right)=(4-x_1)\left(\frac{(4-x_1)^2}{x_1}\right)$

$36x_1-16+8x_1-x_1^2=\frac{64-48x_1+12x_1^2-x_1^3}{x_1}$

$36x_1^2-16x_1+8x_1^2-x_1^3=64-48x_1+12x_1-x_1^3$

$32x_1^2+32x_1-64=0$

$x_1^2+x_1-2=0$, $D=1+8=9$, $x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt9}{2}=$ 1; −2 — не удовлетвор. условию задачи $x_n>0$

Т.о. $x_1=1$, тогда $x_2=4-1=3\longrightarrow A=1\cdot3=3$.

$x_3=\frac{(4-1)^2}{1}=9$, $x_4=36-9=27\longrightarrow B=9\cdot27=243$.

Ответ: $A=3$; $B=243$.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 9 5 8 3

Задание 3

$y = 2\sin^2\frac{x}{2} = 2\left(\frac{1-\cos x}{2}\right) = 1-\cos x$

$y' = \sin x$

$y'' = \cos x$

$y''' = -\sin x$

$y'''' = -\cos x$

$y''''' = \sin x$

Наблюдается зависимость производной от её порядка. Т.к. $2019 = 2016 + 3$, где $2016 \vdots 4$, то $y^{(2019)} = y''' = -\sin x$.

Ответ $y^{(2019)} = -\sin x$.

Задание 4.

$\sqrt{\cos\frac{x}{2018} - \frac{1}{2}} + \sqrt{\cos x - \frac{1}{2}} = \sqrt{\cos\frac{x}{2018} + \cos x - 1}$;

$\left(\sqrt{\cos\frac{x}{2018} - \frac{1}{2}}\right)^2 + 2\sqrt{\left(\cos\frac{x}{2018} - \frac{1}{2}\right)\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)} + \left(\sqrt{\cos x - \frac{1}{2}}\right)^2 =$

$= \left(\sqrt{\cos\frac{x}{2018} + \cos x - 1}\right)^2$;

ОДЗ:
$\cos\frac{x}{2018} \geq \frac{1}{2}$
$\cos x \geq \frac{1}{2}$

$2\sqrt{\left(\cos\frac{x}{2018} - \frac{1}{2}\right)\left(\cos x - \frac{1}{2}\right)} = 0$;

$\cos\frac{x}{2018} = \frac{1}{2}$ или $\cos x = \frac{1}{2}$

$\frac{x}{2018} = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$

$x = \pm\frac{2018\pi}{3} + 4036\pi k, k \in Z$

$x = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

Ответ: $\pm\frac{2018\pi}{3} + 4036\pi k, k \in Z$; $\pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$.