ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

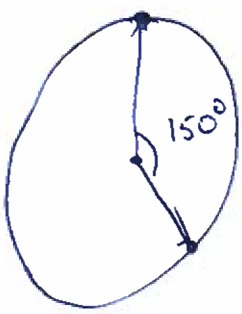
ШИФР 4 4 5 8 5

Класс 10 **Вариант** 011 **Дата Олимпиады** 09.02.19

Площадка написания Горный институт

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	9	10	10	15	25	74	семьдесят четыре	

№1



$\omega_м = \frac{360}{60} = 6 \frac{гр.}{мин}$ – угловая скорость мин. стрелки

$\omega_2 = \frac{360}{12 \cdot 60} = 0{,}5 \frac{гр.}{мин.}$ – угловая скорость часовой стрелки

Начальный угол между ними $\frac{360^\circ \cdot 5}{12} = 150^\circ$

t – время через которое они соединятся, тогда

$\omega_м t = 150^\circ + \omega_2 t \Rightarrow t = \frac{150^\circ}{\omega_м - \omega_2} = \frac{150^\circ}{5{,}5^\circ} = \frac{300}{11} = 27\frac{3}{11}$ мин

Ответ: через $t = 27\frac{3}{11}$ мин они сравняются

№2

$A \vee B$ – ?, если $A = \sqrt{2018} + \sqrt{2020}$, $B = 2\sqrt{2019}$

$\sqrt{2018} + \sqrt{2020} \vee 2\sqrt{2019}$

$\sqrt{2020} - \sqrt{2019} \vee \sqrt{2019} - \sqrt{2018}$

Оба выражения положительны, поэтому возведем в квадрат

$2\cancel{2020} + \cancel{2019} - 2\sqrt{2020 \cdot 2019} \vee \cancel{2019} + \cancel{2018} + 2\sqrt{2019 \cdot 2018} \quad | :2$

$1 + \sqrt{2019 \cdot 2018} \vee \sqrt{2020 \cdot 2019}$

$1 + 2019 \cdot 2018 + 2\sqrt{2019 \cdot 2018} \vee 2020 \cdot 2019$

$2\sqrt{2019 \cdot 2018} \vee 4039$

$4 \cdot 2019 \cdot 2018 \vee 4039^2$

$16.297.368 < 16.313.521$

Следовательно $\sqrt{2018} + \sqrt{2020} < 2\sqrt{2019}$ и $A < B$

Ответ: $A < B$

№3

$\begin{cases} x+y=a+1 \\ xy=a^2-7a+16 \end{cases}$, $x, y, a \in R$

$x^2+y^2+2xy=a^2+2a+1$

$x^2+y^2=a^2+2a+1-2xy=a^2+2a+1-2a^2+14a-32=-a^2+16a-31$

$y=-a^2+16a-31$ — парабола, ветви вниз, значит макс. значени в вершине

$a_{в.}=\frac{-16}{-2}=8$ $y_{макс.}=-8^2+16\cdot 8-31=-64+128-31=33$

$x^2+y^2=33$

Ответ: максим. значение $x^2+y^2=33$

№5

$y=\sqrt{1-\sin^2x}\sqrt{1+tg^2x}\sqrt{x^2+4x+4}=\sqrt{\cos^2x}\sqrt{\frac{\sin^2x+\cos^2x}{\cos^2x}}\sqrt{(x-2)^2}=$

$\frac{|\cos x|}{|\cos x|}|x-2|=|x-2|$

~~ОДЗ: $x-2\geq 0$~~

~~$x\geq 2$~~

$y=|x-2|$ –

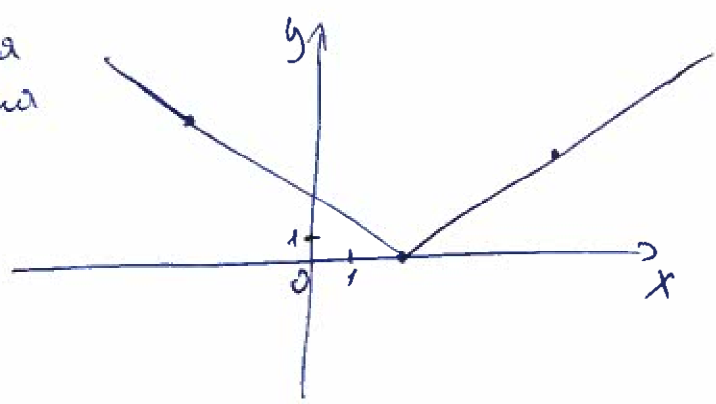
$y=\begin{cases} x-2, & x\geq 2 \text{ — прямая} \\ -x+2, & x<2 \text{ — прямая} \end{cases}$

$y=x-2$

x	2	5
y	0	3

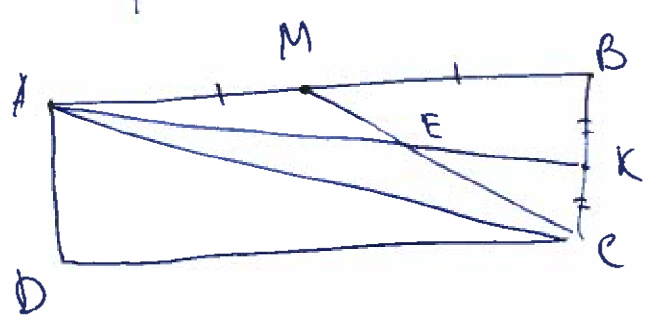
$y=-x+2$

x	0	-2
y	2	4



№4

Дано: ABCD - п/у
AM=MB, BK=KC, AK∩CM=E
Найти: сравнить S_{MBKE} и $S_{\Delta ECD}$



Решение:

$\left.\begin{array}{l} S_{\Delta AME}=\frac{1}{2}AB\cdot BK-S_{MBKE}=BM\cdot BK-S_{MBKE} \\ S_{\Delta CKE}=\frac{1}{2}BC\cdot BM-S_{MBKE}=BM\cdot BK-S_{MBKE} \end{array}\right\}\Rightarrow S_{\Delta AME}=S_{\Delta CKE}$

$S_{\Delta ABK}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}BK\cdot AB=\frac{1}{2}S_{\Delta ABC}\Rightarrow S_{\Delta AKC}=\frac{1}{2}S_{\Delta ABC}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 5 8 5

Продолжение №4

$$\left.\begin{array}{l} S_{MBKE} = S_{\triangle ABK} - S_{\triangle AME} \\ S_{\triangle AEC} = S_{\triangle AKC} - S_{\triangle EKC} \end{array}\right\} \Rightarrow S_{MBKE} = S_{\triangle AEC}$$

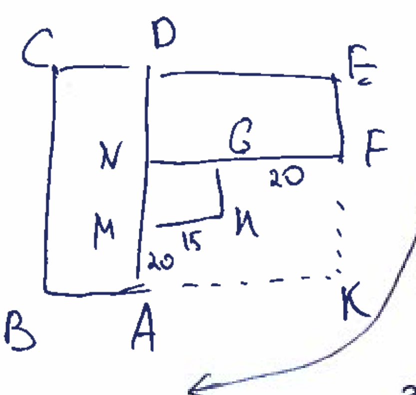
$$S_{AECD} = \frac{1}{2} AD \cdot DC + S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2} AD \cdot DC + S_{MBKE}$$

$$S_{AECD} - S_{MBKE} = \frac{1}{2} AD \cdot DC$$

Условие недостаточно понятно и под словом „сравнить" можно понимать разное.

Ответ: $S_{AECD} > S_{MBKE}$, $S_{AECD} - S_{MBKE} = \frac{1}{2} AD \cdot DC$.

№6 $MA = GF = 20$ м, $MN = 15$ м, $GH \geq 10$ м



$$AB \cdot BC + DE \cdot EF + MN \cdot GH = 1600$$

$$AB\,(20 + GH + EF) + 35EF + 15GH = 1600$$

Для достижения минимального периметра ограждение должно быть квадратом, тогда

$$DE + AB = BC = EF + GH + 20 = 35 + AB$$

← Относится к решению

$$EF\,(35 + AB) + GH\,(15 + AB) + AB \cdot 20 = 1600$$

$$EF\,(EF + GH + 20) + GH\,(EF + GH) + 20\,(EF + GH - 15) = 1600$$

$$EF^2 + GH^2 + 2\,EF \cdot GH + 40EF + 20GH = 1900$$

$$\begin{cases} (EF + GH)^2 + 40EF + 20GH = 1900 \\ P = 70 + 2AB + 40 + 2GH + 2EF = 110 + 2(AB + GH + EF) \Rightarrow \end{cases}$$

$$110 + 2(EF + GH - 15 + GH + EF) = 80 + 4(EF + GH)$$

Тогда возьмем минимальное $GH = 10$ м, при таком P будет минимальна.

$$(EF + 10)^2 + 40EF + 200 = 1900$$

$EF = 20$ м, тогда $P = 200$ м, $BK = KE = 50$ м, $GH = 10$ м

Ответ: $P = 200$ м, $BK = KE = 50$ м, $GH = 10$ м