ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 0 6 7 7

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 9. 2. 2019

Площадка написания Горный Университет

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	2	3	15	20	6	2	48	сорок восемь	[illegible]

№1) $x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0$

группировка

$x^2(x^2+12)-x(4x^2+24)+24=0$

Квадратное уравнение

, где: $a=x^2+12$

$b=4x^2+24$

$c=24$

Находим вершину параболы

$x_в=\frac{-b}{2a}=\frac{4x^2+24}{2x^2+24}$ $1<\frac{4x^2+24}{2x^2+24}<2$

$1<x_в<2$. ищем y вершины подставляя границы в уравнение

при $x_в=1$

$1^2(1^2+12)-1(4\cdot1^2+24)+24=13-28+24=9$

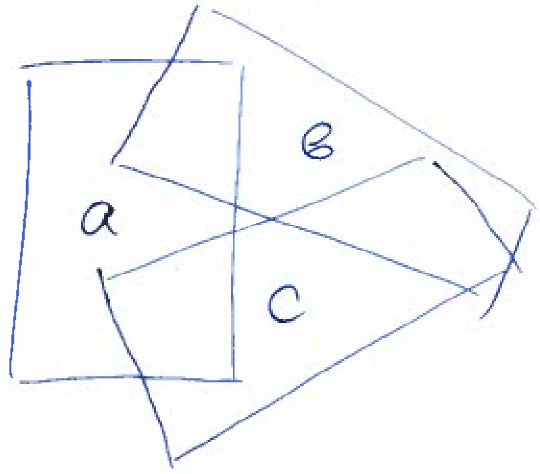
при $x_в=2$

$2^2(2^2+12)-2(4\cdot2^2+24)+24=4\cdot16-2\cdot40+24=8$

$8<y_в<9$ $y_в>0$ ~~значит~~ т.к. коэф $a>0$

$x^2+12>0$. Ветви параболы вверх и $y_в>0$, то она никогда не пересечет ось x. Значит уравнение не равно 0. Ч.Т.Д

№4)



Есть три множества a, b, c

a - плотники

b - каменщики

c - бетонщики

из условия: $(a+b+c)=32$

Бойцов владеющими двумя профессиями на 2 больше, чем бойцов владеющих профессией.

т.е $a\cap b + b\cap c + a\cap c = a+2$

Нам нужно найти: сколько владеет одной профессией, т.е $\underbrace{(a+b+c)}_{32} - \underbrace{a\cap b - a\cap c - b\cap c}_{a+2} =$

$= 30 - a$

x - бетонщиков, тогда плотников $2x$, а каменщиков $2xn$, где $n\in\mathbb{Z}$

если $2xn=32$, то ① $2x+x=2x+2$

$\Downarrow$

$x=2$

② $32 \vdots 2x$

$32 \vdots 4$

Отсюда $x=2$, а $n=8$

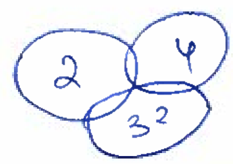
2 - бетонщика $= c$

4 - плотника $= a$

32 − каменщика = 6

$30-a=30-4=26$

Проверим ~~a+b+~~ c =



$= 32+4+2=38$

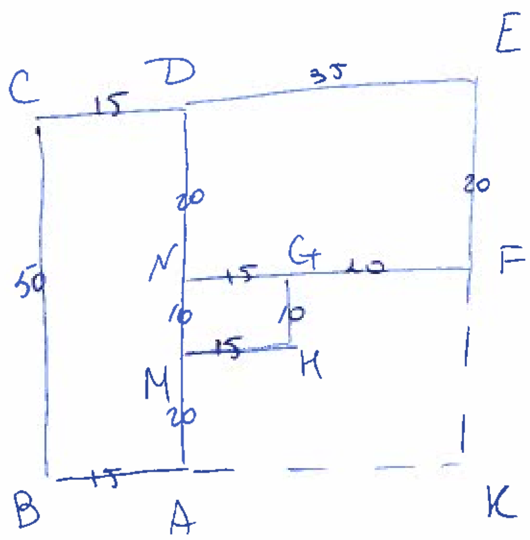
$\underset{32}{(a)}+(b)+(c)=(a+b+c)-\underbrace{(a\cap b)-(a\cap c)-(b\cap c)}_{a+h=6}$

$32=38-6$ 6 владеют двумя

$32-6=26$ − владеют одной профессией

Ответ: 26 бойцов.

№5)



длина ограждения = периметр = P

Очевидно, что

$P_{ABCEFGHM}=P_{BCEK}$

При равных площадях меньший периметр имеет квадрат следовательно $BK=BC$, при наименьшем периоде

Расписываем BK и BC как суммы сторон, из которых они состоят.

$BK=BC$

$\Downarrow$

$AB + AK = AM + \cancel{MN} + DN$

$AB + MH + GF = AM + GH + DN$, Возьмем GH за 10

$AB + 15 + 20 = 20 + 10 + DN$

$AB + 35 = 30 + DN$

Предположим что $DN = 20$, $AB = 15$

$S_{лагеря} = S_{ABCD} + S_{DEFN} + S_{GHMN} = 50 \cdot 15 + 20 \cdot 35 + 15 \cdot 10 = 1600$ (см. рис.) сходится с условием. Следовательно наименьшая длина забора $= P = 4 \cdot BC = 200$ м. Такой период получается при $BK = 50$ м, $KE = 50$ м, $GH = 10$ м

Ответ: длина ограды $= 200$ м, $BK = 50$ м, $KE = 50$ м, $GH = 10$ м

№2) $(4-\sqrt{15})^x + (4+\sqrt{15})^x \leq 62$

Если найти такое x, при котором $(4-\sqrt{15})^x + (4+\sqrt{15})^x = 62$, то при всех x меньше или равных найденному неравенство верно. $0 < 4-\sqrt{15} < 1$ $7 < 4+\sqrt{15} < 8$. Отсюда можно предположить, что при $x = 2$ многочлен будет равен 62. Подставим:

$(4-\sqrt{15})^2 + (4+\sqrt{15})^2 = 16 - 8\sqrt{15} + 15 + 16 + 8\sqrt{15} + 15 = 62$. Предположение верно

Следовательно неравенство верно при $x \leq 2$ Ответ: $x \leq 2$

№3) $\underset{I}{(\sin^2 x)'} = \underset{II}{(\sin(2x))'} = \underset{III}{(2\cos 2x)'} = \underset{IV}{(-4\sin 2x)'} = \underset{V}{(-8\cos 2x)'} = (16\sin 2x)' = \underset{VI}{32\cos 2x}$

Можно увидеть закономерность каждая 3 и 4 производная отрицательна. $2019 \vdots 3 \Rightarrow$ она будет отрицательна. производная нечетного порядка – $\sin$; четного $\cos$. 2019 – нечетное $\Rightarrow$ будет $\sin$. коэффициент перед производной равен $2^{\text{номер порядка} - 1}$ $2019 - 1 = 2018$. Отсюда $y^{(2019)} = -2^{2018} \sin 2x$

Ответ: $-2^{2018} \sin 2X$

№6) $$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ x^2 + xz + z^2 = 9 \\ y^2 + yz + z^2 = 36 \end{cases}$$

Сложим все равенства данной системы

$$2x^2+2y^2+2z^2+xy+xz+yz=49$$

$$(x+y+z)^2-x^2-y^2-z^2+xy+xz+yz=49$$

$$(x+y+z)^2-(x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz)=49$$

$$\cancel{(x+y+z)^2}-\cancel{(x+y+z)^2}+3xy+3yz+3xz=49$$

$$3(xy+yz+xz)=49$$

$$x<2 \quad y<2 \quad z<6$$

Система не имеет положительных решений

Ответ: $\varnothing$