

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	0	3	15	20	3	0	41	сорок один	<i>Анна</i>

№1

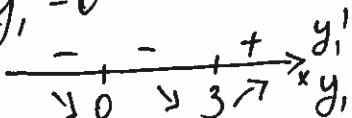
$$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$$

разделим уравнение на 3 части

$$y_1 = x^4 - 4x^3$$

$$y_1' = 4x^3 - 12x^2 = 4x^2(x-3)$$

$$y_1' = 0$$



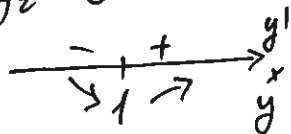
$$x_{\min} = 3$$

$$y_{\min} = -27$$

$$y_2 = 12x^2 - 24x$$

$$y_2' = 24x - 24 = 24(x-1)$$

$$y_2' = 0$$



$$x_{\min} = 1$$

$$y_{\min} = -12$$

$$y_3 = 24$$

$$y_{\min} =$$

сравним минимумы и сложим функции

при $x=3$

$$y_1 = -27$$

$$y_2 = 36$$

$$y_3 = 24$$

$$y = 33$$

при $x=1$

$$y_1 = -3$$

$$y_2 = -12$$

$$y_3 = 24$$

$$y = 9$$

Таким образом функция $y = x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24$ больше 0 при $x \in \mathbb{R}$

№2

$$(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x \leq 62$$

т.к. $4 - \sqrt{15} > 0$ и $4 + \sqrt{15} > 0$, то функции $(4 - \sqrt{15})^x$ и $(4 + \sqrt{15})^x$ находится в первой четверти, т.е.

x достигает максимального значения при $(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x = 62$

Можно заметить, что $4^2 - (\sqrt{15})^2 = 31$ и $62 = 31 \cdot 2$, тогда можно предположить, что $x = 2$

$$(4 - \sqrt{15})^2 + (4 + \sqrt{15})^2 = 62$$

$$16 - 8\sqrt{15} + 15 + 16 + 8\sqrt{15} + 15 = 62$$

$$62 = 62 \text{ (верно)}$$

При всех остальных значениях x сумма функции $(4 - \sqrt{15})^x + (4 + \sqrt{15})^x < 62$ при $x \in \mathbb{R}$

Ответ: $(-\infty; 2]$.

№6

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4, \\ x^2 + xz + z^2 = 9, \\ y^2 + yz + z^2 = 36; \end{cases} \begin{cases} z^2 + xz - y^2 - xy = 5, \\ y^2 + yz - x^2 - xz = 27, \\ z^2 + yz - x^2 + xy = 32; \end{cases} \begin{cases} (z-y)(z+y+x) = 5 \\ (y-x)(y+x+z) = 27 \\ (z-x)(z+x+y) = 32 \end{cases}$$

$$\frac{5}{z-y} = \frac{27}{y-x} = \frac{32}{z-x}$$

$$5x + 27z - 32y = 0 \text{ (при этом } x < y < z)$$

$$\begin{cases} x = 12 \\ z = 20 \\ y = 15 \end{cases}$$

Ответ: $(12; 15; 20)$

№3

$$y = \sin^2 x$$

$$y' = (\sin x \cdot \sin x)' = \cos x \sin x + \sin x \cos x = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$$

$$y'' = (\sin 2x)' = 2 \cos 2x$$

$$y''' = (2 \cos 2x)' = 2 \cdot 2 \cdot (-\sin 2x) = -4 \sin 2x$$

Каждая производная нечетного порядка умножается на -4 по отношению к предыдущей производной нечетного порядка.

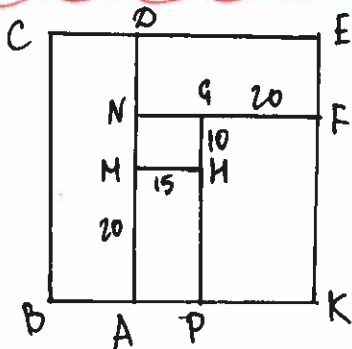
Т.е. геометрическая прогрессия, где $y' = v_1$, $y^{(2019)} = v_{1010}$

$$v_{1010} = v_1 \cdot q^{1009}$$

$$y^{(2019)} = \sin 2x \cdot (-4)^{1009} \neq$$

Ответ:

№5 Чтобы периметр был наименьшим, стороны должны быть наименьшими, т.е. $GM = 10$



$$S_{AMHGFKP} = S_{AMHP} + S_{GFKP} = 20 \cdot 15 + 20 \cdot 30 = 900$$

$$S_{BCEK} = 1600 + 900 = 2500$$

$$\begin{cases} CE \cdot BC = 2500 \\ P = 2(CE + BC) \end{cases}$$

Чем больше разница между CE и BC, тем больше P, т.е. P_{\min} при $BC = CE = \sqrt{2500} = 50$

$$P = 2 \cdot 100 = 200$$

Ответ: 200

14
 $S = 32$

x - бетонщики

$2x$ - плотники

$2xn$ - каменщики

$2x+2$ - владетельские дачные профессии

$$x + 2x + 2xn - (2x + 2) = 32$$

$$x + 2xn - 2 = 32$$

$$x(1 + 2n) = 34$$

$$x = \frac{34}{1 + 2n} \in \mathbb{Z}$$

$$34 : 2; 17; 34$$

т.к. $3 \leq n \leq 20$ и $x \in \mathbb{Z}$, то $1 + 2n = 17$
 $n = 8$

$$x = 2$$

$$2 \cdot 2 + 2 = 6 \text{ чел} - 2 \text{ профессии}$$

$$32 - 6 = 26 \text{ чел} - \text{одна профессия}$$

Ответ: 26

