ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 2 0 3

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания Санкт-Петербургский горный университет

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	5	–	0	30	50	пятьдесят	Зг

№1

$x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0$ $\quad \frac{p}{q}: \frac{\pm1; \pm3; \pm9}{1}$

	1	−6	11	−4	9
x=1	1	−5	6	2	11
x=−1	1	−7	18	−22	31
x=3	1	−3	2	2	15
x=−3	1	−9	38	−118	363
x=9	1	3	38	338	3042
x=−9	1	−15	146	−1318	11871

+

По схеме Горнера можно увидеть, что уравнение не имеет решений

№102

$(\sqrt{7-4\sqrt3})^x+(\sqrt{7+4\sqrt3})^x\le 14$

$\frac{1}{(\sqrt{7+4\sqrt3})^x}+(\sqrt{7+4\sqrt3})^x-14\le0$

$\frac{1+(\sqrt{7+4\sqrt3})^{2x}-14(\sqrt{7+4\sqrt3})^x}{\underbrace{(\sqrt{7+4\sqrt3})^x}_{>0}}\le0$

$(\sqrt{7+4\sqrt3})^{2x}-14(\sqrt{7+4\sqrt3})^x+1\le0$

$t=(\sqrt{7+4\sqrt3})^x,\ t>0$

$t^2-14t+1\le0$

$\frac{D}{4}=48$

$t_1=7+4\sqrt3$

$t_2=7-4\sqrt3$

$t\in[7-4\sqrt3;\ 7+4\sqrt3]$

$$\begin{cases} \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x \geq 7-4\sqrt{3} \quad (1) \\ \left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x \leq 7+4\sqrt{3} \quad (2) \end{cases}$$

(1) $\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x \geq 7-4\sqrt{3}$

$(7+4\sqrt{3})^{\frac{1}{2}x} \geq \frac{1}{7+4\sqrt{3}}$

$y=(7+4\sqrt{3})^z$ возраст, то:

$\frac{1}{2}x \geq -1$

$x \geq -2$

(2) $\left(\sqrt{7+4\sqrt{3}}\right)^x \leq 7+4\sqrt{3}$

$(7+4\sqrt{3})^{\frac{1}{2}x} \leq 7+4\sqrt{3}$

$y=7+4\sqrt{3}^z$ возраст, то:

$\frac{1}{2}x \leq 1$

$x \leq 2$

Вернемся к системе:

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

$x \in [-2;2]$

Ответ: $x \in [-2;2]$

№3

$y = \cos^2 x$

$y' = -2\cos x \sin x$

~~$y' = -2s$~~

$y' = -\sin 2x$

$y'' = -2\cos x$

$y''' = 2\sin x$

$y^{(4)} = 2\cos x$

$y^{(5)} = -2\sin x$

$y^{(6)} = -2\cos x$

$y^{(7)} = 2\sin x$

$y^{(8)} = 2\cos x$

$y^{(9)} = -2\sin x$

$y^{(10)} = -2\cos x$

. . . .

$y^{(2018)} = -2\cos x$

$y^{(2019)} = 2\sin x$

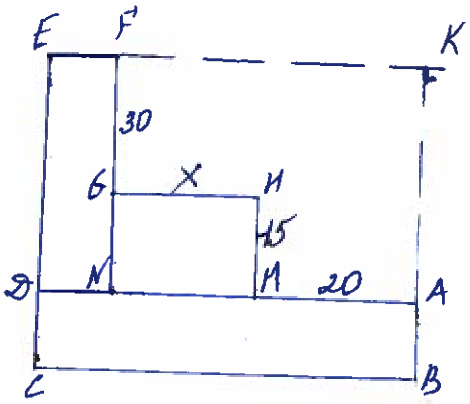
Ответ: $y^{(2019)} = 2\sin x$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 2 0 3

№5



Пусть x – длина стороны GH, $x \geq 20$

$FK = 20 + x$

$AK = 45$

$(20 + x + 45)$ – длина огорождения

$y(x) = x + 65$, $x \geq 20$

функция $y(x)$ возрастающая, следовательно

$\min\limits_{[20;+\infty)} y(x) = y(20) = 85$

$GH = 20$

Ответ: длина огорождения 85 м, $GH = 20$ м

№6

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 9 & (1) \\ x^2 + xz + z^2 = 16 & (2) \\ y^2 + yz + z^2 = 64 & (3) \end{cases} \qquad \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ z > 0 \end{cases}$$

$\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \frac{x}{y} + 1 = \frac{16}{64}$

$\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \frac{x}{y} + 1 = \frac{1}{4}$

$\left(\frac{x}{y}\right)^2 + \frac{x}{y} + \frac{3}{4} = 0$

$\frac{x}{y} = t$

$t^2 + t + \frac{3}{4} = 0$

$4t^2 + 4t + 3 = 0$

$D < 0 \Rightarrow$ корней нет

Аналогично, если поделить ур.(1) на ур.(2) и ур.(1) на ур.(3)

следовательно, система не имеет решений