ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 1 0 9 5

Класс 11 Вариант 12 Дата Олимпиады 9.02.2019

Площадка написания Горный Университет

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	8	15	20	—	28	76	семьдесят шесть	Зг

№1 Док-ть

$x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0$ не имеет решений.

Док-во:

1) $x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0$.

~~$x^4-6x^3+11x^2-13x+9x+9=0$~~

$(x^4-6x^3+9x^2)+(2x^2-4x+9)=0$.

$(x^2-3x)^2+(2x^2-4x+9)=0$.

2) Рассм $(x^2-3x)^2$

$(x^2-3x)^2 \geq 0$ при $x \in R$.

3) Рассм $2x^2-4x+9$

$2x^2-4x+9=0$

$D=16-9\cdot2\cdot4=-54$, $D<0$, зн $2x^2-4x+9\neq0$.

Замечу, что старший коэффициент положительный и дискриминант меньше нуля, зн.

$2x^2-4x+9>0$

4) Получили:

$\begin{cases}2x^2-4x+9>0\\(x^2-3x)^2\geq0\end{cases}$

Тогда

$(x^2-3x)^2+2x^2-4x+9>0$

$x^4-6x^3+11x^2-4x+9>0$, т.е $x^4-6x^3+11x^2-4x+9\neq0$, чтд.

№3.

$y=\cos^2 x$

$y'=2\cos x\cdot(-\sin x)=-\sin 2x$.

$y''=-2\cos 2x$

$y'''=4\sin 2x$.

$y^{(4)}=8\cos 2x$

$y^{(5)}=-16\cos 2x$.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 1 0 9 5

Замечу, что начиная с производной второго порядка, производная принимает значения:
1) $y^{(n)}=2^{n-1}(-\sin 2x)$; 2) $y^{(n)}=2^{n-1}(-\cos 2x)$, 3) $y^{(n)}=2^{n-1}(\sin 2x)$ 4) $y^{(n)}=2^{n-1}(\cos 2x)$.
Найду количество раз, которое эта последовательность выполнялась за 2018 раз.

$\begin{array}{r|l} 2018 & 4 \\ -2016 & 504 \\ \hline 2 & \end{array}$ 500 (раз) полностью выполнилась последовательность (раз) и дошли до примера в до $y^{(2019)}$, тогда $y^{(2019)}$ соответствует 3)
$y^{(2019)}=2^{2018}\sin 2x$
Ответ: $2^{2018}\sin 2x$.

№6
$\begin{cases} x^2+xy+y^2=9 & (1) \\ x^2+xz+z^2=16 & (2) \\ y^2+yz+z^2=64 & (3) \end{cases}$ $\quad x>0,\ y>0,\ z>0$

Замечу, что (2) в 4 раза меньше, чем (3), тогда
$4(x^2+xz+z^2)=y^2+yz+z^2$
$4x^2+4xz+4z^2=y^2+yz+z^2$
$3z^2+4xz-yz+4x^2-y^2=0$
$3z^2+(4x-y)z+4x^2-y^2=0$
$D=(4x-y)^2-3\cdot 4(4x^2-y^2)=16x^2-8xy+y^2-48x^2+12y^2=-32x^2-8xy-11y^2$, зн
Поскольку $x>0, y>0$, зн $D<0$, тогда данное ур-е и система не имеют решений.
Ответ: нет решений

№2 $\left(\sqrt{7-4\sqrt3}\right)^x+\left(\sqrt{7+4\sqrt3}\right)^x\le 14.$

$\left(2-\sqrt3\right)^x+\left(2+\sqrt3\right)\le 14.$

Замечу, что $(2-\sqrt3)(2+\sqrt3)=1$, зн $(2+\sqrt3)^x=(2-\sqrt3)^{-x}$.

$(2-\sqrt3)^x+\dfrac{1}{(2-\sqrt3)^x}\le 14.$

Замечу, что функция $y=(2-\sqrt3)^x+\dfrac{1}{(2-\sqrt3)^x}$ является четной и её график симметричен относительно оси OX.
При $x=2$ $y=14$, тогда при $x=-2$ $y=14$.
функция возр. при $x\ge 0$ и убывает при $x\le 0$.
зн.
$(2-\sqrt3)^x+\dfrac{1}{(2-\sqrt3)^x}\le 14$
$(\sqrt{7-4\sqrt3})^x+(\sqrt{7+4\sqrt3})^x\le 14$ - верно, при $-2\le x\le 2$
Ответ: $[-2;2]$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 1 0 9 5

№4.

Пусть x - кол-во бетонщиков, тогда
$3x$ - кол-во плотников
$n \cdot x$ - кол-во каменщиков. $\Rightarrow$ ~~...~~

пусть y - кол-во бойцов, владеющих ~~тремя~~ двумя профессиями.

По усл $y=3x+3$.

Так как y (бойцов) владеет двумя профессиями, то реальное количество можно найти:

$3x+x+\frac{3}{n}x-y=36$

$3x+x+\frac{3}{n}x-3x-3=36$

$x+\frac{3}{n}x=39.$

При $n=3$.
$2x=39$ - нет целых реш.

При $n=6$.
$x+\frac{1}{2}x=39.$
$x=26.$

$x+n\cdot 3x=39.$, тогда. $(1+3\cdot n)$ должно быть равно 13 или 39 при $x \leq 20$

$1+3n=39$. - нет целых реш. при $x \leq 2$

$1+3n=13$ при n

$n=4$.

При $n=4$.
$13x=39$
$x=3$, тогда.

$y=12$, значит бойцов, владеющих одной профессией

$36-12=24$.

Ответ: 24 бойца владеют одной профессией.