ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 2 9 9 4

Класс 11 Вариант 012 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания Университет „Горный"

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	1	7	15	20	20	0	63	шестьдесят три	[illegible]

№1. $x^4-6x^3+11x^2-4x+9=0$ По теореме Безу: $\pm1 \pm3 \pm9$

$1: 1-6+11-4+9\neq0$

$3: 81-6\cdot27+11\cdot9-4\cdot3+9\neq0$

$9: 9^4-6\cdot9^3+11\cdot9^2-4\cdot9+9=0$

$9(9^3-6\cdot9^2+11\cdot9-4+1)=0$

$9^2(9-6)+3(11\cdot3-1)=0$

$\cancel{81\cdot3+3}3(81+32)\neq0$

Следовательно, это уравнение не имеет корней.

Ответ: уравнение не имеет корней.

±

№2. $(\sqrt{7-4\sqrt3})^x+(\sqrt{7+4\sqrt3})^x\le14 \;/\cdot(\sqrt{7+4\sqrt3})^x$

$(\sqrt{7-4\sqrt3})^x(\sqrt{7+4\sqrt3})^x+(\sqrt{7+4\sqrt3})^{2x}-14(\sqrt{7+4\sqrt3})^x\le0$

$(\sqrt{49-48})^x+(\sqrt{7+4\sqrt3})^{2x}-14(\sqrt{7+4\sqrt3})^x\le0$

$1^x+(\sqrt{7+4\sqrt3})^{2x}-14(\sqrt{7+4\sqrt3})^x\le0$

пусть $(\sqrt{7+4\sqrt3})^x=t,\ t>0$

$t^2-14t+1=0$

$D=b^2-4ac=196-4=192,\ \sqrt D=8\sqrt3$

$t=\frac{14\pm8\sqrt3}{2}=7\pm4\sqrt3$

∓

$7-4\sqrt3\le t\le7+4\sqrt3$

$7-4\sqrt3\le(\sqrt{7+4\sqrt3})^x\le7+4\sqrt3$

$\log_{(\sqrt{7+4\sqrt3})}(7-4\sqrt3)\le x\le2$

Ответ: $x\in[\log_{(\sqrt{7+4\sqrt3})}(7-4\sqrt3);\ 2]$

№3. $y = \cos^2 x$, $y' = -2\sin x\cos x$

$y'' = -2\cos^2 x + 2\sin^2 x$

$y''' = 8\sin x\cos x$, $\cancel{y''' = 8\sin^2 x}$

$y'''' = 8\cos^2 x - 8\sin^2 x$

$y''''' = -32\sin x\cos x$

$y^{(7)} = 2^7\sin x\cos x$

$y^{(9)} = -2^9\sin x\cos x$

$y^{(11)} = 2^{11}\sin x\cos x$

$y^{(13)} = -2^{13}\sin x\cos x$

$y^{(15)} = 2^{15}\sin x\cos x$

$y^{(17)} = -2^{17}\sin x\cos x$

$y^{(19)} = 2^{19}\sin x\cos x$

Мы видим, что знаки порядков чередуются, получается знаки порядков с 2001 - 2019 будут такие же, как знаки порядков с 1 по 19. То есть знак у производной 2019 порядка будет такой же как и производной 19, то есть +.

Степени у зависит от порядка, то есть $(y') = 2^1$

$(y^{(5)}) = 2^5$

Получается $y^{(2019)} = 2^{2019}\sin x\cos x$

Ответ: $2^{2019}\sin x\cos x$

№4.

36 $\begin{cases} \text{I пр} \\ \text{II пр.} \end{cases}$ $\Bigg\{$ каменщики (к), бетонщики (б), плотники (п)

пусть $б = x$,

тогда $п = 3x$,

а $к = 3xn$, причем n - целое число и $3 \le n \le 20$

Тогда всего профессий у 36 человек —

$x + 3x + 3xn = x(3n+4)$

$3x+3$ - люди с II-мя профессиями

$(3x+3)\cdot 2$ - профессий среди людей с II-мя профессиями

Тогда $36 - 3x - 3 = 33 - 3x = 3(11-x)$ - люди с одной профессией.

Получается, что $x(3n+4) = (3x+3)\cdot 2 + 33 - 3x$

$x(3n+4) = 39 + 3x$

$x(3n+1) = 39$, тогда $x = \frac{39}{3n+1}$, где x - целое число и n - целое число

Допустим: $n=3$, тогда $x = \frac{39}{10} = 3,9$ — пост. корень

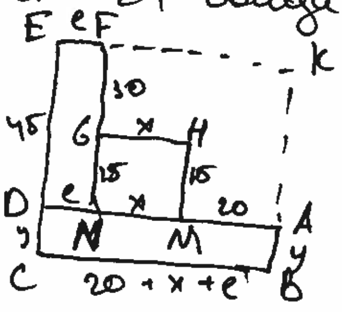
$n=4$, тогда $x = \frac{39}{13} = 3$ — подходит под условие

$n=5$, тогда $x = \frac{39}{16} = 2\frac{7}{16}$ - пост. корень.

Таким образом мы видим, что ~~д~~ для того чтобы n и x были целыми числами n должно равняться 4, а $x = 3$, тогда число людей с I-ой профессией равно $36 - 3\cdot 3 - 3 = 36 - 12 =$ $= 24$ человека.

Ответ: 24 бойца с одной профессией.

№5.



$AB = CD = y$
$EF = DM = \ell$
$GH = x,\ x \geq 20$ м
$HM = 15$ м, $AM = 20$ м
$FG = 30$ м
$ED = 45$ м
$CB = 20$ м $+ x + \ell$

Чтобы ~~площадь~~ периметр был наименьшим, нужно, чтобы данный участок был квадратом, то есть.

$45 + y = 20 + x + \ell$ $(EC = BC)$; $\ell = 25 + y - x$

$S_{общ} = S_{EFND} + S_{GHMN} + S_{ABCD} = 2100$

$45\ell + 15x + y(20 + x + 25 + y) = 2100$

$1125 + 45y - 45x + 15x + 45y + y^2 = 2100$

Подставим наим. значение $x = 20$:

$y^2 + 90y - 600 = 975$; $y^2 + 90y - 1575 = 0$

$D = b^2 - 4ac = 8100 + 6300 = 14400$, $\sqrt{D} = 120$

$y = \dfrac{-90 \pm 120}{2} = 15$ м; -105 м – пост. корень.

Тогда $\ell = 25 + 15 - 20 = 20$ м

Получается $BK_{наим} = EK_{наим} = 45 + 15 = 60$ м, $GH_{наим} = 20$ м $\Rightarrow$

$P_{наим.} = 60 \cdot 4 = 240$ м.

Ответ: $P_{наим} = 240$ м.

№6.
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 9; & x^2 = \cancel{y}\ 9 - y^2 - xy \\ x^2 + xz + z^2 = 16; & x^2 = 16 - z^2 - xz \\ y^2 + yz + z^2 = 64 \end{cases} \Rightarrow 9 - y^2 - xy = 16 - z^2 - xz$$

$z^2 - y^2 + \cancel{xz}\ xz - xy = 7$

$(z - y)(z + y) + x(z - y) = 7$

$(z - y)(z + x + y) = 7$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 2 9 9 4

Сложим все уравнения:

$\Rightarrow 2x^2+xy+xz+yz+2y^2+2z^2=89$

$$\begin{cases} 2(x^2+y^2+z^2)+xy+xz+yz=89 \\ (z-y)(z+x+y)=7 \quad (1) \\ (y-x)(x+y+z)=48 \quad (2) \end{cases}$$

$$\frac{(2)}{(1)} = \frac{y-x}{z-y} = \frac{48}{7}$$

$$7(y-x)=48(z-y)$$

$$7y-7x=48z-48y$$

$$55y-7x=48z$$

$$z=\frac{55y-7x}{48}$$

$$2x^2+xy+x\frac{(55y-7x)}{48}+y\frac{(55y-7x)}{48}+2y^2+2\left(\frac{55y-7x}{48}\right)^2=89$$