

Класс 11 Вариант 012 Дата Олимпиады 09.02.2019.

Площадка написания Горный университет

Задача	1	2	3	4	5	6	$\Sigma$		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	5	10	0	20	20	0	55	пятьдесят пять	

№ 1.  $x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 4x + 9 = 0$ .

Уравнение вида  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$  можно представить в виде  $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4) = 0$ , где  $x_1, x_2, x_3, x_4$  являются корнями ур-я, а так-же делителями свободного члена  $e$ .

В данном ур-ии  $e = 9$ ; его делители:  $\pm 1; \pm 3; \pm 9$ . Проверим является ли каждый из них корнем

- 1)  $x = 1$ .  
 $1 - 6 + 11 - 4 + 9 = 11 \neq 0$
- 2)  $x = -1$ .  
 $1 + 6 + 11 + 4 + 9 = 31 \neq 0$
- 3)  $x = 3$ .  
 $81 - 162 + 99 - 12 + 9 = 15 \neq 0$
- 4)  $x = -3$ .  
 $81 + 162 + 99 + 12 + 9 \neq 0$
- 5)  $x = 9$ .  
 $9^4 - 6 \cdot 9^3 + 11 \cdot 9^2 - 4 \cdot 9 + 9 = 38 \cdot 9^2 - 3 \cdot 9 \neq 0$
- 6)  $x = -9$ .  
 $9^4 + 6 \cdot 9^3 + 11 \cdot 9^2 + 4 \cdot 9 + 9 \neq 0$ .



Ни один из корней не подошел  $\Rightarrow$  корней нет, а уравнение не имеет решений ч.т.д.

№ 2.

$$(\sqrt{7-4\sqrt{3}})^x + (\sqrt{7+4\sqrt{3}})^x \leq 14$$

Заметим, что  $(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3}) = 49 - 48 = 1 \Rightarrow$   
 $7-4\sqrt{3} = \frac{1}{7+4\sqrt{3}}$

Пусть  $7-4\sqrt{3} = a \Rightarrow 7+4\sqrt{3} = \frac{1}{a}$ .

$$\sqrt{a}^x + \frac{1}{\sqrt{a}^x} \leq 14$$

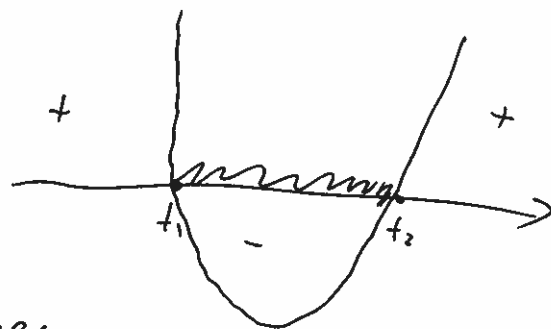
Пусть  $\sqrt{a}^x = t$ , подставим и решим кер-во.

$$t + \frac{1}{t} - 14 \leq 0 \quad | \cdot t$$

$$t^2 + 1 - 14t \leq 0$$

$$D = 196 - 4 = 192$$

$$t_{1/2} = \frac{14 \pm \sqrt{192}}{2} = 7 \pm 4\sqrt{3}$$



Вернемся к прежней переменной:

$$\sqrt{a}^x = t$$

$$-4\sqrt{3} \leq \sqrt{a}^x \leq 7 + 4\sqrt{3} \quad \text{В. н. н.}$$



$$7 - 4\sqrt{3} \leq \sqrt{7-4\sqrt{3}}^x \leq 7 + 4\sqrt{3} = \left(\frac{1}{7-4\sqrt{3}}\right)^x$$

$$-2 \leq x \leq 2$$

Ответ:  $x \in [-2; 2]$

**ШИФР**

3	6	7	5	8
---	---	---	---	---

№ 3.

$$y = \cos^2 x$$

$$y'(2019) = ?$$

$$y = \cos^2 x = \cos x \cos x$$

$$y' = -\sin x \cos x - \sin x \cos x = -2 \sin x \cos x$$

$$y'' = -2 \cos x \cdot -\sin x = 2 \sin x \cos x$$

$$y''' = -2 \sin x \cos x$$

$$y^{(10)} = 2 \sin x \cos x \text{ если } n \text{ - четное.}$$

$$y^{(10)} = -2 \sin x \cos x \text{ если } n \text{ - нечетное}$$

2019 - нечетное  $\Rightarrow$

$$y^{(2019)} = -2 \sin x \cos x$$

№ 4.

- x - спец. - целое
  - y - спец. целое.
  - c - камешки
  - s - детончики
  - t - плотники.
- x = ?

$$\begin{cases}
 \pi = 3\theta \\
 \pi n = k \\
 3 \leq n \leq 20 \\
 \pi + 3 = y \\
 x + y = 36 \\
 k + \pi + \theta = x + 2y
 \end{cases}
 \quad \underline{\underline{n \text{ - целое}}}$$

$$\left. \begin{aligned}
 y &= 36 - x \\
 k + \pi + \theta &= 72 - x \\
 \pi n + \frac{4}{3}\pi &= 72 - x \\
 \pi &= y - 3 = 33 - x
 \end{aligned} \right\} \rightarrow$$

$$(33 - x) \left( n + \frac{4}{3} \right) = 72 - x$$

$$33n - xn + 44 - \frac{4x}{3} = 72 - x$$

$$33n - 28 = x \left( n + \frac{1}{3} \right)$$

1) Пусть  $n=3$

$$71 = \frac{10x}{3} ; 213 = 10x \quad x=21,3$$

X

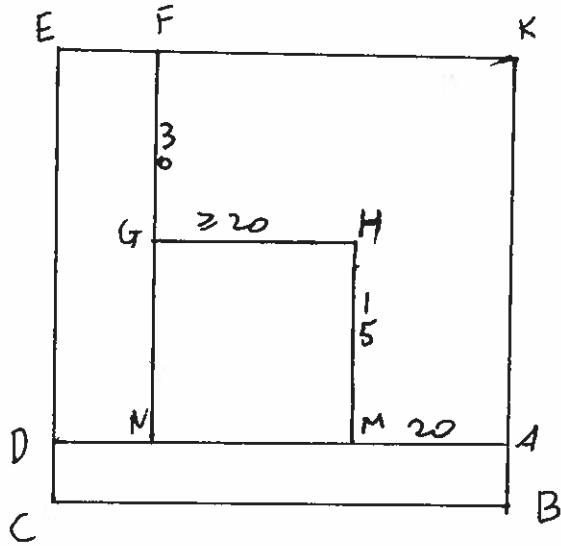
(методом подбора)

2) Пусть  $n=4$   $132 - 28 = \frac{13x}{3} ; 312 = 13x ; x = \frac{312}{13} = 24$

Ответ: человек с специальностью (24)

**ШИФР**

3 6 7 5 8



№ 5.

$$S = 2100 \text{ м}^2$$

$$S = S_{EFDN} + S_{ABCD} + S_{MNGH} = 2100 \text{ м}^2$$

$$S_{EFDN} = EF \cdot ED = EF \cdot (FG + GM) = 45 EF$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC = AB \cdot (EF + GM + 20)$$

$$S_{MNGH} = 15 \cdot GM$$

$$P = 45 + AB + EF + GM + 20 + AB + 20 + 15 + GM + 30 + EF = 130 + 2AB + 2EF + 2GM$$

Из этого видно, что площадь и периметр зависят от трех сторон. Если увеличить любую сторону на 1 м, периметр возрастет на 2 м. ⇒ Нужно найти сторону, при увеличении которой на 1 м прирост площади будет максимальным.

$$(GM + 1) \cdot 15 = 15GM + 15$$

$$(EF + 1) \cdot 45 = 45EF + 45$$

$$45EF + 40AB + EFAB = 1800 \quad (\text{Прирост } (AB + 1) > 40)$$

$$\Rightarrow EF > AB > GM$$

GM минимальна = 20 м.



**ШИФР**

3 6 7 5 8

$$45 EF + 300 + (EF + 40) AB = 2100$$

$$45 EF + 40 AB + EF AB = 1800$$

Подбором найдем  $EF = 20$ ;  $AB = 15$ .

$$S = 900 + 400 + 200 + 300 \times 300 = 2100 \quad 20 > 15.$$

$$P = 130 + 40 + 40 + 30 = 240 \text{ м.}$$

$$BK = 30 + 15 + 15 = 60 \text{ м}$$

$$KE = 20 + 20 + 20 = 60 \text{ м}$$

$$GM = 20 \text{ м}$$

No 6.

$$(x; y; z) > 0$$

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 9 \\ x^2 + yz + z^2 = 16 \\ y^2 + yz + z^2 = 64 \end{cases}$$

$$x^2 + yx + y^2 - 9 = 0$$

$$D = y^2 - 4y^2 + 36 = 3y^2 + 36$$

$$x = \frac{-y \pm \sqrt{3(y^2 + 12)}}{2}$$

$$\text{Суд. о. } x = \frac{-y + \sqrt{3(y^2 + 12)}}{2}$$

$$x^2 + xz + z^2 - 16 = 0$$

$$D = z^2 - 4z^2 + 64 = 3z^2 + 64$$

$$x = \frac{-z + \sqrt{3z^2 + 64}}{2}$$

аналогично

$$y = \frac{-z + \sqrt{3z^2 + 256}}{2}$$

$$\frac{-y + \sqrt{3(y^2 + 12)}}{2} = \frac{-z + \sqrt{3z^2 + 64}}{2}$$

Подставим  $y$  и найдем  $z$   
(конкретное время)