ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 5 6 0

Класс 11 Вариант 11 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания Горный университет

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	0	20	10	—	45	сорок пять	

N 1

$x^4-4x^3+12x^2-24x+24=0$ (1)

$x^4-4x^3+6x^2-4x+1+6x^2-20x+23=0$

$(x-1)^4+6x^2-20x+23=0$

$6x^2-20x+23=0$

$\frac{D}{4}=100-138=-38<0$,

з.н.: $6x^2-20x+23>0$ при любом

Имеем:

• $(x-1)^4\geqslant 0$ при ~~всех~~ любом x

• $6x^2-20x+23>0$ при любом x, тогда:

$(x-1)^4+6x^2-20x+23>0$ при любом x,

з.н.: ур-е: $(x-1)^4+6x^2-20x+23=0$ не имеет решений,

тогда уравнение (1) не имеет решений, ч.т.д. +

N 2

$(4-\sqrt{15})^x+(4+\sqrt{15})^x\leq 62$

Пусть: $(4+\sqrt{15})^x=t$, $t>0$, тогда:

$\left(\frac{16-15}{4-\sqrt{15}}\right)^x=t$

$(4-\sqrt{15})^x=\frac{1}{t}$,

Получаем:

$$\frac{1}{t} + t \le 62$$

По условию: $t>0$; тогда:

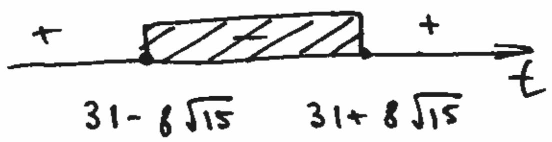
$$1 + t^2 - 62t \le 0$$

$$t^2 - 62t + 1 \le 0$$

$$t^2 - 62t + 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 961 - 1 = 960$$

$$t = 31 \pm 8\sqrt{15}$$



$$\begin{cases} t \ge 31 - 8\sqrt{15} \\ t \le 31 + 8\sqrt{15} \end{cases}, \text{ тогда:}$$

$$\begin{cases} (4+\sqrt{15})^x \ge 16 - 8\sqrt{15} + 15 \\ (4+\sqrt{15})^x \le 16 + 8\sqrt{15} + 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (4+\sqrt{15})^x \ge (4-\sqrt{15})^2 \\ (4+\sqrt{15})^x \le (4+\sqrt{15})^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} (4+\sqrt{15})^x \ge (4+\sqrt{15})^{-2} \\ (4+\sqrt{15})^x \le (4+\sqrt{15})^2 \end{cases}$$

Замечу, что: $4+\sqrt{15} > 1$, тогда:

$$\begin{cases} x \ge -2 \\ x \le 2 \end{cases} \qquad -2 \le x \le 2$$

Ответ: $[-2;2]$ +

N 3

$y = \sin^2 x$

$y' = \cos^2 x$

$y'' = \sin^2 x$

$y^{(3)} = \cos^2 x$

$y^{(4)} = \sin^2 x$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 5 6 0

Замечу, что: производная n-ого порядка данной функции, при нечётном n - это $\cos^2 x$,

зн.: $y^{(2019)} = \cos^2 x$, так как $2019 \not\vdots 2$

Ответ: $y^{(2019)} = \cos^2 x$.

−

№ 4

1) Пусть в отряде: a чел - только бетонщики

b чел - только каменщики

c чел - только плотники

x чел - и бетонщики, и каменщики

y чел - и бетонщики, и плотники

z чел - и каменщики, и плотники.

Найду $(a+b+c)$.

2) По условию:

$$\begin{cases} c+z+y = 2(a+x+y) \\ n(c+z+y) = b+x+z \\ x+\cancel{y}+\cancel{z} = 2+\cancel{y}+\cancel{z}+c \\ x+y+z+a+b+c = 32 \end{cases} \quad \begin{cases} a+b+c = 32-(x+y+z) \\ x = 2+c \\ nc-b = x+z-nz-ny \\ 2a-c = z-2x-y \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+b+c = 32-(2+c+y+z) \\ nc-b = 2c+z-nz-ny \\ 2a-c = z-4-2c-y \\ x = 2+c \end{cases} \quad \begin{cases} z = 2a+c+4+y \quad (1) \\ a+b+c = 32-(2+c+y+2a+c+4+y) \quad (2) \\ nc-b = 2+c+z-nz-ny \quad (3) \\ x = 2+c \end{cases}$$

Решу (2):

$a+b+c = 32-6-2c-2a-2y$

$3a+b+3c = 26-2y$

Решу (3) используя данные (1):

$$nc - b = 2 + c + 2a + c + 4 + y - n\cdot 2a - nc - 4n - ny - ny$$

$$2nc - 2c - b = 6 - 4n + 2a(1-n) + y(1-2n)$$

$$y = \frac{c(2n-2) - b - 6 + 4n - 2a(1-n)}{1-2n}$$

Имеем:

$$\begin{cases} 3a + b + 3c = 26 - 2y \\ y = \dfrac{2c(n-1) - b - 6 + 4n + 2a(n-1)}{1-2n} \\ z = 2a + c + 4 + y \\ x = 2 + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3a + b + 3c = 26 + \dfrac{4c(n-1) - 2b - 12 + 8n + 4a(n-1)}{2n-1} \quad (1) \\ y = \dfrac{2c(n-1) - b - 6 + 4n + 2a(n-1)}{1-2n} \\ y = 2a + c + 4 + y \\ x = 2 + c \end{cases}$$

Решу (1) ур-е:

$$3a + b + 3c = 26 + \cancel{4z6}\ \frac{4c(n-1) - 2b - 12 + 8n + 4a(n-1)}{2n-1}$$

$$3(2n-1)a + (2n-1)b + 3(2n-1)c = \cancel{52}\ 52n - 26 + 4cn - 4c - 2b - 12 + 8n \cancel{+4a(n)} + 4a(n-1)$$

$$3(2n-1)a+(2n-1)b+3(2n-1)c-4c(n-1)+2b-4a(n-1)=60n-38$$

$$a(6n-3-4n+4)+b(2n-1+2)+c(6n-3-4n+4)=60n-38$$

$$(a+b+c)(2n+1)=60n-38$$

$$a+b+c=30-\frac{68}{2n+1},$$

Замечу, что: $(a+b+c)\in Z$, зн.:

$\frac{68}{2n+1}\notin Z$; $68=2\cdot2\cdot17$, ~~зн~~ | $2n+1=17$

$(2n+1)\not{\vdots}\,2$ | $n=8$,

тогда: $a+b+c=30-4$

$a+b+c=26$,

то есть: в отряде 26 бойцов владеет только одной профессией.

Ответ: 26. (+)

N5

1) Пусть: $EF=a$(м); $a>0$; $a\in Z$

$CD=b$(м); $b>0$; $b\in Z$.

По условию: площадь ограждения должна быть наименьшей, зн.: GH должна принимать наименьшее значение, зн.: $GH=10$м

2) По условию:

$$1600 = 15\cdot 10 + (20+10+a)b + 35a$$

$$35a + ab + 30b = 1450$$

$$a = \frac{1450 - 30b}{b+35}$$

$$a = \frac{-30(b+35) + 2500}{b+35}$$

$$a = \frac{2500}{b+35} - 30$$

$2500 = 5^4\cdot 2^2$, значит, чтобы a было целым, необходимо, чтобы $b+35 = 5^n\cdot 2^m$, где $n \geq 0; m \geq 0; n \in \mathbb{Z}; m \in \mathbb{Z}$ и n и m не нули одновременно,

тогда: наименьшее b - это 15 м, зн.:

$$a = \frac{2500}{50} - 30 = 20 \text{ (м)}$$

/Замечу, что если b будет больше 15 м, то a будет либо не целым либо меньше нуля, чего не может быть/

тогда: $BK = b + AK = 15 + 35 = 50$ (м)

$KE = KF + EF = KF + a = 30 + 20 = 50$ (м)

~~$KE = 20 + 23$ м~~

~~Ответ:~~

$$L = 20 + 10 + 20 + 15 + 20 + 15 + 10 + 20 + 20 + 35 + 15 + 20 + 10 + 10 + 15 =$$

$$= 50 + 50 + 50 + 50 + 55 = 255 \text{ (м)}$$

Ответ: $BK = 50$ м; $KE = 50$ м; $GH = 10$ м; $L = 255$ м