ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 3 0 0 8

Класс 11 Вариант 22 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания ТИУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	15	12	20	0					62	шестьдесят два	[illegible]

№1

$y = e^x \cdot x$ $(a \cdot b)' = a' \cdot b + a \cdot b' \Rightarrow$

$\Rightarrow y' = e^x \cdot x + e^x \cdot 1 = e^x \cdot x + e^x;$ $(a+b)' = a' + b' \Rightarrow$

$\Rightarrow y'' = e^x \cdot x + e^x \cdot 1 + e^x = e^x \cdot x + 2 \cdot e^x;$ $\left.\begin{matrix} c - const \Rightarrow \\ (c \cdot a)' = c \cdot a' \end{matrix}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow y''' = e^x \cdot x + e^x \cdot 1 + e^x \cdot 2 = e^x \cdot x + 3 \cdot e^x;$

Таким образом:

$y^{(2019)} = e^x \cdot x + 2019 \cdot e^x = e^x \cdot (x + 2019)$

Ответ: $y^{(2019)} = e^x \cdot (x + 2019)$

+

№2

$A = \text{Arcsin}\,\frac{24}{25} + \arccos\frac{3}{5} + \text{arctg}\,\frac{4}{3};$

(3, 4, 5 – Пифагорова 3-ка)
(7, 24, 25 – аналогично)

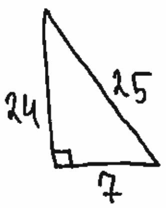
$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$

$49 + 576 = 625 = 25^2$

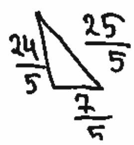
· $\arccos\frac{3}{5} = \arcsin\frac{4}{5}$

· $\text{arctg}\,\frac{4}{3} = \arcsin\frac{4}{5}$

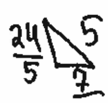
$A = \arcsin\frac{24}{25} + 2 \cdot \arcsin\frac{4}{5}$



– Пиф. 3-ка; =>

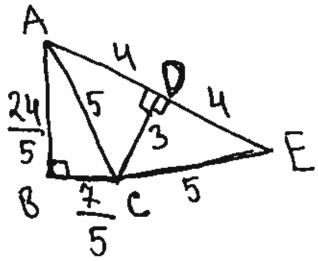


– тоже;



1 из 5

просуммируем углы геометрически образом.



$\angle BCA = \arcsin\frac{24}{25}$

$\angle ACD = \arccos\frac{3}{5} = \arcsin\frac{4}{5}$

$\angle DCE = \operatorname{arctg}\frac{4}{3} = \arcsin\frac{4}{5}$

$\angle BCE = \angle BCA + \angle ACD + \angle DCE$

если бы сумма искомых углов была $= 180° \Rightarrow \angle BCE = 180° \Rightarrow$
$\Rightarrow$ тогда бы образовывался $\triangle ABE$ с прямым углом $\angle ABE = 90$
$\Rightarrow$ ~~бы~~ выполнялось бы равенство: $AB^2+BE^2=AE^2$;
аналогично, если выполняется данное равенство, то $\angle BCE = 180$
проверим: $\exists$ (·) C лежит на BE.

$AB^2+BE^2 = \left(\frac{24}{5}\right)^2 + \left(\frac{7}{5}+5\right)^2 = \frac{576}{25} + \left(\frac{32}{5}\right)^2 = \frac{576+1024}{25} = \frac{1600}{25} = 64$

$AE^2 = (4+4)^2 = 8^2 = 64$;

$\Rightarrow AB^2+BE^2 = AE^2$; равенство выполняется $\Rightarrow \angle BCE = 180°$;

$\Rightarrow A = \angle BCE = 180°$

Ответ: $A = 180°$

№3

Для того что бы найти наименьшее целое количество деталей, надо взять за 1 (наименьшее натуральное число) количество бракованных деталей и причислить ему наибольший процент от всего количества деталей. Т.к. количество нормальных деталей от 97,3% до 98,4% $\Rightarrow$ количество поломанных от (100−98,4)% до (100−97,3)%, то есть от 1,6% до 2,7%.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ
$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 3 0 0 8

того : 1 - брак. деталь : 2,7%. ; вычислим общ. количество:

$1 : \frac{2,7}{100} = \frac{100}{2,7} = \frac{1000}{27} = 37\frac{1}{27}$;

округляем в большую сторону: 38; => min: 38;

предположим, что может быть 37 или меньше, => процент поломанной детали $= \frac{1}{37} \cdot 100\%$ (или больше, т.к. мы делим на 37)

$\frac{100}{37} = 2\frac{26}{37}$ или больше; но $2\frac{26}{37}$ уже больше границы допустимого значения процента [1,6; 2,7];

$2\frac{26}{37}$? 2,7; => $\frac{26}{37}$? $\frac{7}{10}$; => $\frac{260}{370}$? $\frac{259}{370}$;

таким образом меньше 38 не может быть;

Ответ: 38

+

№4

$\exists\, a = y+7$; =>

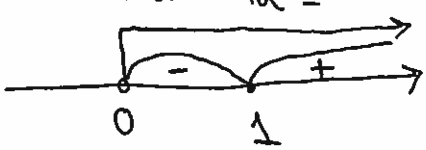
ОДЗ: $a>0$; $y>-7$

$$\begin{cases} x^2 \cdot \log_3(a) + 0,5x^3 = \frac{6x \cdot \ln(a)}{\ln(27)} + x^2 & (1) \\ 4x\cdot(a) - 3\cdot(a) = x^2\cdot(a) + 1 & (2) \end{cases}$$

(2) $4xa - 3a = x^2a + 1$; => $a \cdot x^2 - 4a \cdot x + 3a + 1 = 0$;

D: $16a^2 - 4 \cdot a \cdot (3a+1) = 16a^2 - 12a^2 - 4a =$

$= 4a(a-1) = 0$ =>



рассмотрим $a=1$ => $y+7=1$; $y=-6$;

(2) $x^2 - 4x + 4 = 0$ => $(x-2)^2 = 0$; $x=0$

① $x^2 \cdot \log_3(1) + 0{,}5x^3 = \frac{6x \cdot \ln(1)}{\ln(27)} + x^2;$ $(3^0 = 1;\ e^0 = 1) \Rightarrow$

$x^2 \cdot 0 + 0{,}5x^3 = \frac{6x \cdot 0}{\ln(27)} + x^2;$

$0{,}5x^3 = x^2;\ |\cdot 2 \Rightarrow x^3 = 2x^2; \Rightarrow x^2(x-2) = 0;\ x_0 = 0; 2;$

И там, и там есть корни $x_0 = 2$: при $a = 1$ $(y = -6)$?

Ответ: Решение: $x = 2;\ y = -6;$ ±

№ 5

$y = 3x - x^2 = x(3-x)$: D: x- любое; (парабола с ветвями вниз)

$y = 0 = x(3-x) \Rightarrow$ − 0 + 3 −

$y' = 3 - 2x = 0 \Rightarrow$ + $\frac{3}{2}$ − ↗ ↘

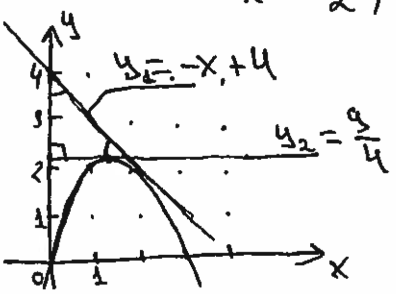
$f(x) \in (-\infty; \frac{3}{2}]$: ↗ (строго) монотонно
$f(x) \in (\frac{3}{2}; +\infty)$: ↘ монотонн
$\Rightarrow$ ~~max~~
$\max f(x) = f(\frac{3}{2})$

Уравнение касательной задается формулой: $y = f'(x_0)\cdot(x - x_0) + f(x_0)$, где $f(x_0)$ – точка касан

$\Rightarrow$

I для $x_{01} = 2$; $y_1 = f'(2)(x-2) + f(2) = -1(x-2) + 2 = -x + 4;$

II для $x_{02} = \frac{3}{2}$; $y_2 = f'(\frac{3}{2})(x - \frac{3}{2}) + f(\frac{3}{2}) = \frac{9}{4}$ (горизонтальная прямая



y_1 при $x = 0 \Rightarrow y_1 = 4;\ y_2 = \frac{9}{4} \Rightarrow$
$\Rightarrow$ сторона треугольника на оси ординат =
$= 4 - \frac{9}{4} = 1{,}75 = \frac{7}{4}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 33008

производная графика функции в точке x_0 характеризует (равняется) тангенсу угла между касательной и осью абсцисс.

$x_{01}=2$; $f'(x_{01})=f'(2)=-1$; $\Rightarrow tg\angle=-1$; $\Rightarrow \angle=45$

$\angle$ между прямой $y_1=-x+4$ и осью абсцисс $=45^\circ\Rightarrow$

$\Rightarrow\angle$ между той же прямой и осью ординат такой же $=45$

$\Rightarrow$ у нас получается прямоугольный треугольник с одним углом $=45^\circ$; $\Rightarrow$ второй угол Δ тоже равен $45^\circ\Rightarrow$

$\Rightarrow$ катеты равны друг другу и равны $\frac{7}{4}$;

Так же второй катет можно найти подставив в $y_1=-x$

$y=\frac{9}{4}$; $\Rightarrow \frac{9}{4}=-x+4$; $\Rightarrow x=4-\frac{9}{4}=\frac{7}{4}$;

$S_\Delta=\frac{7}{4}\cdot\frac{7}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{49}{32}=\frac{49}{32}$

Ответ: $S_\Delta=\frac{49}{32}$