


**ШИФР** 3 7 6 1 1

Класс 9 Вариант 22 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания ТЦУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись	
											Цифрой	Прописью		
Оценка	0	10	7	20	20	30						87	восемьдесят семь	

ш<sup>2</sup>.

$x$  - попаданий в десятку;  
 $y$  - попаданий в восьмерку;  
 $(10-5-x-y)$  - попаданий в семерку;

$$9 \cdot 5 + 10 \cdot x + 8 \cdot y + 7 \cdot (10 - 5 - x - y) = 90$$

$$45 + 10x + 8y + 35 - 7x - 7y = 90$$

$$3x + y = 10$$

$$3x = 10 - y$$

$x$  - кол-во попаданий  $\Rightarrow x \geq 0$  ~~целое - натуральное~~;

$$3x : 3 \Rightarrow 10 - y : 3$$

$$10 - y \equiv 0 \pmod{3} \Rightarrow y \equiv 1 \pmod{3}$$

$$10 \equiv 1 \pmod{3}$$

$10 - 5 - x - y = 5 - x - y$  - кол-во попаданий  $\Rightarrow 5 - x - y \geq 0$  ~~натуральное~~  $\Rightarrow$

$$x + y \leq 5$$

$x \geq 0; y \geq 0$  - кол-во попаданий;  $\Rightarrow x \geq 0 \leq x \leq 5$   
 $0 \leq y \leq 5$

$y$  может быть равен 1 и 4 т.к.  $x + y \leq 5$  и  $y \equiv 1 \pmod{3}$

$$3x = 10 - y$$

Если  $y = 1 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$

Если  $y = 4 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$

$$y + x = 4 \leq 5$$

$$y + x = 6 \leq 5 \text{ противоречие}$$

Значит  $y = 1$ , а  $x = 3$ .

$$5 - x - y = 1$$

Попаданий в семерку было одно, в восьмерку одно и в десятку три.

+

ШИФР

3 7 6 1 1

$\omega = 3$

$$x^2 + ax + b = 0$$

$$x^2 + 3bx + a = 0$$

корни  $x_1$  и  $x_2$   
корни  $x_1$  и  $2x_2$

$$f(x) = x^2 + ax + b$$

$$g(x) = x^2 + 3bx + a$$

По теореме Виета

$$x_1 + x_2 = -a$$

$$x_1 + 2x_2 = -3b$$

$$x_1 \cdot x_2 = b \Rightarrow a = 2b$$

$$x_1 \cdot 2x_2 = a$$

$$x_1 + x_2 = -a = -2b$$

$$x_1 + 2x_2 = -3b$$

$$x_1 + x_2 = -2b$$

$$x_1 + 2x_2 = -3b$$

---


$$-x_2 = b$$

$$x_2 = -b$$

$$x_1 \cdot x_2 = x_1 \cdot (-b) = b \Rightarrow x_1 = -1$$

~~$$f(1) = 1 + a + b = 0 \Rightarrow 1 + a + b = 0$$~~

~~$$f(-1) = 1 - a + b = 0$$~~

$$g(-1) = 1 - 3b + a = 0$$

$$\begin{cases} 1 - a + b = 0 \\ 1 - 3b + a = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = a - 1 \\ 1 - 3(a - 1) + a = 0 \end{cases}$$

$$1 - 3a + 3 + a = 0$$

$$1 - 3a + 3 + a = 0$$

$$-2a = -4$$

$$a = 2$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 2 - 1 = 1 \end{cases}$$

$$b = 2 - 1 = 1$$

Ответ:  $a = 2; b = 1$

ШИФР 

3	7	6	1	1
---	---	---	---	---

№4.

x - женщины

y - мужчины

предпочитают пить чай из пашек

предпочитают пить чай из бокалов.

когда знатки не имеют

женщины 0,1x	0,2x	0,7x
мужчины 0,2y	0,35y	0,45y
все взрослые 0,1x+0,2y	0,2x+0,35y	0,7x+0,45y = 0,5(x+y)

~~$0,1x + 0,2y = 0,5(x+y)$~~   
 ~~$0,1x + 0,2y = 0,5x + 0,5y$~~

$$0,7x + 0,45y = 0,5(x+y) \Leftrightarrow 0,7x + 0,45y = 0,5x + 0,5y \Leftrightarrow 0,2x = 0,05y$$

$$0,2x = 0,05y$$

$$y = \frac{0,2x}{0,05} = 4x$$

$x+y = x+4x = 5x$  - всего взрослых жителей;

$0,1x + 0,2y = 0,1x + 0,2 \cdot 4x = 0,1x + 0,8x = 0,9x$  - предпочитают пить чай из пашек;

$\frac{0,9x}{5x} \cdot 100\% = 18\%$  - от всех взрослых предпочитают пить чай из пашек;

Ответ: 18%

№5.

$$\begin{cases} x + 3xy + y = 9 \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(1+3y) = 9-y \\ x^2 + y^2 + xy = 7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9-y}{1+3y} \\ \left(\frac{9-y}{1+3y}\right)^2 + y^2 + y \cdot \left(\frac{9-y}{1+3y}\right) = 7 \end{cases}$$

ш<sup>5</sup>.

$$\begin{cases} x = \frac{9-y}{1+3y} \\ \left(\frac{9-y}{1+3y}\right)^2 + y^2 + y \cdot \left(\frac{9-y}{1+3y}\right) = 7 \end{cases}$$

$$\frac{81-18y+y^2}{(1+3y)^2} + y + \frac{9y-y^2}{1+3y} = 7$$

$$\frac{81-18y+y^2}{(1+3y)^2} + \frac{(1+3y)^2 \cdot y^2}{(1+3y)^2} + \frac{(1+3y)(9y-y^2)}{(1+3y)^2} = 7$$

$$\frac{81-18y+y^2 + y^2 + 6y^3 + 9y^4 + 9y + 26y^2 - 3y^3}{1+6y+9y^2} = 7$$

$$81 - 9y + 28y^2 + 3y^3 + 9y^4 = 7 + 42y + 63y^2$$

$$9y^4 + 3y^3 - 35y^2 - 51y + 74 = 0$$

$$(y-1)(y-2)(9y^2 + 30y + 37) = 0$$

$$\begin{cases} y-1=0 \\ y=1 \\ y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-2=0 \\ y=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9y^2 + 30y + 37 = 0 \\ \emptyset \quad D < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=1 \\ x = \frac{9-1}{1+3} = \frac{8}{4} = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2 \\ x = \frac{9-2}{1+6} = 1 \end{cases}$$

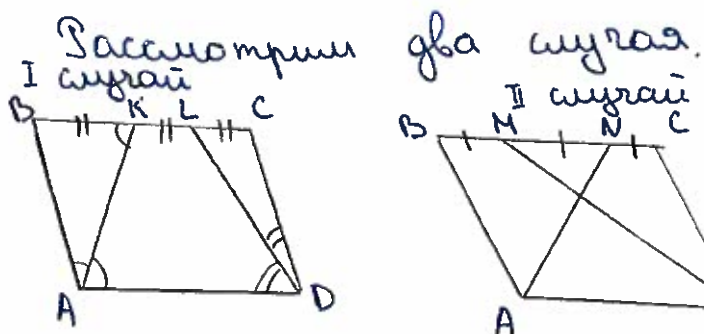
$$\begin{cases} y=1 \\ x=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2 \\ x=1 \end{cases}$$

+

Ответ: (2; 1); (1; 2)

ш<sup>6</sup>.



$w = 6$ .

Рассмотрим I случай

AK, DL - биссектрисы,  $K \in BC$ ;  $L \in BC$ .

$BK = KL = LC$  (по условию)

$\angle BAK = \angle KAD$  (AK - биссектриса)

$\angle KAD = \angle AKB$  (накрест лежащие при  $\Rightarrow$   
параллельных BC, AD и  
секущей AK)

$\angle AKB = \angle BAK \Rightarrow \triangle ABK$  - равнобедренный  $\Rightarrow AB = BK$

Аналогично  $LC = CD$  и  $CD = BK$  т.к.  $LC = BK$

$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$

$BC = AD$  т.к. это параллелограмм.

$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = AB + BK + KL + LC + CD + BK + KL + LC = 8BK \Rightarrow$

$8BK = 56 \Rightarrow BK = 7$

$AB = BK = 7$ ;  $BC = BK + KL + LC = 3BK = 21$

Стороны равны 7 и 21

Рассмотрим II случай

AN, DM - биссектрисы;  $M \in BC$ ;  $N \in BC$

$BM = MN = NC$  (по условию)

$\angle BAN = \angle NAD$  (AN - биссектриса)

$\angle NAD = \angle ANB$  (накрест лежащие при  $\Rightarrow$   
параллельных BC и AD, и  
секущей AN)

$\angle BAN = \angle ANB \Rightarrow \triangle ABN$  - равнобед.  $\Rightarrow AB = AN = BM + MN = 2BM$

Аналогично  $MC = CD = MN + NC = 2BM$

$BC = AD$  т.к. это параллелограмм.  $BC = AD = BM + MN + NC = 3BM$

$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 2BM + 3BM + 2BM + 3BM = 10BM \Rightarrow$

$10BM = 56$

$BM = 5,6$ .

$AB = 2BM = 11,2$ ;  $BC = 3BM = 3 \cdot 5,6 = 16,8$

Стороны равны 11,2 и 16,8

~~$21 \cdot (3^2)^n + (-3)^{n-1} + \dots + (-3)^2 + (-3)^1 + (-3)^0$ , где n - количество~~



ШИФР

3	7	6	1	1
---	---	---	---	---

$\omega = 1$

$$A = 81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \dots}}}}$$

$$\sqrt[3]{81} = 81^{-3} = 81(-3)^1$$

$$\sqrt[3]{81 \cdot \sqrt[3]{81}} = 81^{(-3+1)-3} = 81^{(-3)^2+(-3)^1}$$

$$\sqrt[3]{81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \sqrt[3]{81}}} = 81^{((-3+1)-3+1)-3} = 81^{(-3)^3+(-3)^2+(-3)^1}$$

$$\sqrt[3]{81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \dots}}}} = 81^{(-3)^n+(-3)^{n-1}+(-3)^{n-2}+\dots+(-3)^2+(-3)^1}$$

где  $n$  - кол-во корней

$$81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \dots}}}} = 81^{(-3)^n+(-3)^{n-1}+(-3)^{n-2}+\dots+(-3)^2+(-3)^1+1} =$$

$$= 81^{(-3)^n+(-3)^{n-1}+(-3)^{n-2}+\dots+(-3)^2+(-3)^1+(-3)^0}$$

где  $n$  - кол-во корней

$$81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$$

$$81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \sqrt[3]{81 \cdot \dots}}}} = 81^{(-3)^n+(-3)^{n-1}+(-3)^{n-2}+\dots+(-3)^2+(-3)^1+(-3)^0}$$

$$= 3^4 \cdot ((-3)^n+(-3)^{n-1}+(-3)^{n-2}+\dots+(-3)^2+(-3)^1+(-3)^0)$$

где  $n$  - кол-во корней.