ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 0 4 0 4

Класс 9 Вариант 22 Дата Олимпиады 09.02.19

Площадка написания ТИУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	1	10	15	20	0	16					62	шестьдесят два	[illegible]

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 0 4 0 4

1) Задание №2

Дано:
выстрелов - 10
очков - 90

т.к. за 5 выстрелов было выбито 5·9 = очков => но оставшиеся 5 выстрелов оста 45 очков

$\frac{45}{5}=9$ - в среднем надо выбивать за одн попадание. Но девятки больше не выбивались. Попробуем подобрать подходящие числа.

$\begin{matrix} & & & 8 & 7 \\ & & & -1 & -2 \\ 9 & 9 & 9 & 9 & 9 \\ +1 & +1 & +1 & & \\ 10 & 10 & 10 & & \end{matrix}$ - других комбинаций быть не может т.к. если уменьшить кол-во десяток, то сумма получится меньше нужно, а при увеличении кол-ва десяток, последнее число должно быть меньше 7, но по условию стрел меньше семи не выбивал,

Ответ: 3 десятки, 1 восьмерка, 1 семерка.

+

Задание №3

т.к. x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2+ax+b=0$ =>

$(x-x_1)(x-x_2)=x^2+ax+b=0$

$x^2-x_1x-x_2x+x_1x_2=x^2+ax+b$

$-x_1-x_2=a$ $x_1x_2=b$ (К слову, это т. Виета)

~~анало~~ аналогично:

$-x_1-2x_2=3b$ $2x_1x_2=a$

Составим систему уравнений:

$\begin{cases} -x_1-x_2=a \\ x_1x_2=b \\ -x_1-2x_2=3b \\ 2x_1x_2=a \end{cases}$ $\begin{cases} b=x_1x_2 \\ 2x_1x_2=a \end{cases}$ $2b=a$

$\begin{cases} -x_1-x_2=a \\ -x_1-2x_2=3b \\ 2b=a \end{cases}$ $-3x_1-3x_2=-2x_1-4x_2$

$x_1=x_2$

$\begin{cases} -3x_1-3x_2=6b \\ -2x_1-4x_2=6b \end{cases}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(a\cdot b)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 0 4 0 4

2) Задание №3 (продолж.)

$\begin{cases}-x_1-x_2=a\\2x_1x_2=a\end{cases}$

$-2x_1=2x_1^2$

$x_1^2+x_1=0$

$x_1(x_1+1)=0$

$x_1=0$ или $x_1=-1$

Тогда:

$x_2=x_1=0$ или -1

$a=2x_1\cdot x_2=2$ или 0

$b=x_1x_2=1$ или 0

прим.

При a и $b=0$ оба уравнения обоpачива-ются в уравнения $x^2=0$, что, т.к. присутст x^2 => уравнения остаются уравнениями второй степени.

Ответ: ($a=0$ и $b=0$) или ($a=2$ и $b=1$)

+

Задание №4

Пусть x - кол-во женщин в городе, а y - мужчин.

Тогда $0{,}7x+0{,}45y$ - общее число людей, для которых погода не имеет значения, а $\frac{0{,}7x+0{,}45y}{x+y}$ - их процент общего числа населения.

$\frac{0{,}7x+0{,}45y}{x+y}=0{,}5$ $0{,}7x+0{,}45y=0{,}5x+0{,}5y$

$0{,}2x=0{,}05y$

$4x=y$ => мужчин в 4 раза больше чем женщин.

$\frac{0{,}1x+0{,}2y}{x+y}$ - процент любителей чашек

$4x=y$

$\frac{0{,}1x+0{,}2\cdot 4x}{5x}$ $\frac{0{,}9x}{5x}=0{,}18=18\%$ - процент любителей чашек от общ. числа нас.

Ответ: 18%

+

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 0 4 0 4

3)

Задание №7

Рассмотрим первое А. Пусть индексы начинаются с нуля

$A_0 = 81$

$A_1 = 81 + \sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{81^3} + \sqrt[3]{81} = \sqrt[3]{81^4}$

$A_2 = 81 + \sqrt[3]{81+\sqrt[3]{81}} = 81 + \sqrt[3]{\sqrt[3]{81^3}+\sqrt[3]{81}} = 81 + \sqrt[3]{\sqrt[3]{81^4}} = \sqrt[9]{81^9} + \sqrt[9]{81^4} = \sqrt[9]{81^{1}}$

$A_3 = 81 + \sqrt[3]{81+\sqrt[3]{81+\sqrt[3]{81}}} = 81 + \sqrt[3]{81+\sqrt[3]{\sqrt[3]{81^4}}} = 81 + \sqrt[3]{\sqrt[9]{81^{13}}} = \sqrt[27]{81^{27}} + \sqrt[27]{81^{13}} = \sqrt[27]{81^{4}}$

Рассмотрев получившиеся результаты, мы можем сделать вывод, что A_n (где n - кол-во корней) вычисляется по формуле $\sqrt[a]{81^b}$, где $a = 3^n$, а $b = 1 + 3^1 + 3^2 + 3^3 \ldots$

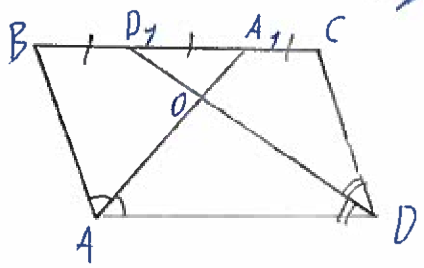
P.S. n - кол-во корней, или кол-во чисел 81 минус 1

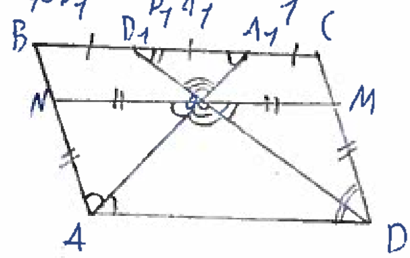
Задание №6

Дано:
ABCD - паралл.
AA_1, DD_1 - бис.
$BD_1 = D_1A_1 = A_1C$
$P = 56$

Найти: длины сторон (AB, BC, CD, AD)

$\angle AOD = \angle D_1OA$ как верт.,
$\angle OAD = OA_1D$ как накрест лежащие
$\Rightarrow \triangle AOD \sim \triangle A_1OD_1$
т.к. $BD_1 = D_1A_1 = A_1C \Rightarrow D_1A_1 = \frac{1}{3}BC$
т.к. $BC = AD = 3D_1A_1 \Rightarrow$ к. подобия $\frac{\triangle AOD}{\triangle A_1OD_1} = \frac{AD}{D_1A_1} = \frac{3}{1}$
Проведём через т. O отрезок $NM \parallel BC \parallel AD$





т.к. $\angle OAD = \angle NOA$ (как накрест лежащие) $\triangle NAO$ - равнобед $\Rightarrow NA = NO$, аналогично для $\triangle OMD$.

Рассмотрим $\triangle ABA_1$. $\triangle ANO \sim \triangle ABA_1$ (т.к. $NO \parallel BA_1$), $\frac{AO}{OA_1} = \frac{3}{1}$ (из подобия $\triangle AOD$ и $\triangle A_1OD_1$) $\Rightarrow \frac{AN}{BN} = \frac{3}{1}$, аналогично доказываем что $\frac{MD}{CM} = \frac{3}{1}$. Но $BA = CD$ (т.к. ABCD - паралл.) $\Rightarrow \frac{3}{4}BA = \frac{3}{4}CD \Rightarrow NA = MD$ $\Rightarrow NO = OM$, но $NM = BC$ (т.к. NBCM - паралл. ($NM \parallel BC$ и $NB \parallel CM$)) $\Rightarrow$ $\frac{1}{2}BC = \frac{3}{4}BA \Rightarrow BC = 1{,}5BA$, а $2(BC+BA) = P \Rightarrow 56 = 5BA \Rightarrow BA = \frac{56}{5} = 11{,}2 =$

ШИФР 4 0 4 0 4

4)

Задание № 6 (продолж)

$BC = 1,5BA = 16,8 = AD$

Ответ: $BA = CD = 11,2$; $BC = AD = 16,8$

P.S. Чуть позже я заметил, что это можно было решить несколько проще, ведь $\angle BAA_1 = \angle BA_1A$

$\Rightarrow BA_1 = BA \Rightarrow \frac{2}{3}BC = BA \Rightarrow BC = 1,5BA.$

Задание № 5

$$\begin{cases} x+3xy+y=9 \\ x^2+y^2+xy=7 \end{cases}$$

~~используем метод вычитания~~

$$\cancel{-\begin{array}{l} x^2+y^2+xy=7 \\ x+3xy+y=9 \end{array}}$$

$$\cancel{x^2-x+y^2-y-2xy=-2}$$

$$\cancel{(x-y)^2-(x+y)=-2}$$

$$x+y(3x+1)=9$$

$$y(3x+1)=9-x$$

$$y=\frac{9-x}{3x+1}$$

$$x^2+\left(\frac{9-x}{3x+1}\right)^2+x\left(\frac{9-x}{3x+1}\right)=7$$

$$x^2+\frac{(9-x)^2}{(3x+1)(3x+1)}+\frac{(9-x)x}{3x+1}=7$$

$$x^2(3x+1)(3x+1)+(9-x)^2+(9-x)x^{(3x+1)}=7(3x+1)(3x+1)$$

$$x^2(9x^2+6x+1)+81-18x+x^2+(9x-x^2)(3x+1)=7(9x$$

$$9x^4+6x^3+x^2+81-18x+x^2+27x-x^2-3x^3+9x=63x^2+42x+7$$

$$9x^4+3x^3-72x^2-24x+74=0$$

$$9x^2(x^2-8)+3x(x^2-8)+74=0$$

$$(9x^2+3x)(x^2-8)+74=0$$

$$3x(3x+1)(x^2-8)=-74$$

Не успел (