ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ
$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 3 0 8 0

Класс 11 Вариант 21 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания ТИУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	1	20	20	30					86	Восемьдесят шесть	~~[illegible]~~

Оценка не изменилась!

№1.

$y = e^{-x}$

$y' = -e^{-x}$

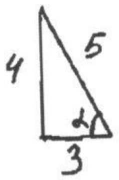
$y'' = e^{-x}$. Значит производная 2018-го порядка будет равна e^{-x}

+

Ответ: e^{-x}

№2.

$A = \arcsin\frac{4}{5} + \arccos\frac{7}{25} + \operatorname{arctg}\frac{4}{3}$.



$\sin\alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \arcsin\frac{4}{5} = \alpha$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \operatorname{arctg}\frac{4}{3} = \alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \frac{9}{25} - \frac{16}{25} = -\frac{7}{25}$.

$2\alpha = \arccos(-\frac{7}{25}) = \pi - \arccos\frac{7}{25} \Rightarrow$

$\Rightarrow \arcsin\frac{4}{5} + \arccos\frac{7}{25} + \operatorname{arctg}\frac{4}{3} = \alpha + \arccos\frac{7}{25} + \alpha =$

$= \pi - \arccos\frac{7}{25} + \arccos\frac{7}{25} = \pi \Rightarrow A = \pi$

Ответ: $A = \pi$.

+

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ

$(a \cdot b) c = a (b \cdot c)$ $E = mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 3 0 8 0

№3.

Пусть всего деталей x, а соответствующих их стандартам y, тогда

$$\frac{x}{y} \in [0{,}952 ; 0{,}982] \Leftrightarrow$$

$$x \in [952 ; 982] \text{ а } y = 1000$$

Чтобы y было min ~~макс~~ НОД(x, y) должен быть макс.

Разложим y на простые? множители:

$y = 1000 = 2^3 \cdot 5^3$, Тогда в разложении числа x должно быть как можно больше 2 и 5 $\Rightarrow x \vdots 10 \Rightarrow$

$$\left[\begin{array}{l} x = 960 \\ x = 970 \\ x = 980 \end{array}\right.$$? разложим эти числа на простые множ.

$960 = 2^6 \cdot 5 \cdot 3$

$970 = 5 \cdot 2 \cdot 97$ $\Rightarrow x = 960 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{960}{1000} = \frac{2^6 \cdot 5 \cdot 3}{2^3 \cdot 5^3} = \frac{24}{25} \Rightarrow$

$980 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7^2$

$\Rightarrow y = 25$

Ответ неверен! ?

Решение неправильное!

Ответ: 25

~~№3~~ №4

О.Д.З.

$y - 4 > 0 \Rightarrow y > 4$.

$$\begin{cases} x^2 \cdot \log_5 (y-4) - 2x^2 = \dfrac{3x \cdot \ln(y-4)}{\ln 125} - 2x^3 \\ 2xy - 8x = x^2 (y-4) + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 \cdot \log_5 (y-4) - 2x^2 = \dfrac{3x \cdot \ln(y-4)}{3 \ln 5} - 2x^3 \\ 2x(y-4) = x^2 (y-4) + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2\log_5(y-4)-2x^2=x\cdot\log_5(y-4)-2x^3 \\ x^2(y-4)+1-2x(y-4)=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x^2\cdot\log_5(y-4)-2x^2-x\cdot\log_5(y-4)+2x^3=0 \\ (y-4)(x^2-2x)+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x\cdot\log_5(y-4)(x-1)+2x^2(x-1)=0 \\ (y-4)(x^2-2x)=-1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (x\log_5(y-4)+2x^2)(x-1)=0 \\ y-4=\frac{-1}{x^2-2x} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$x\left(\log_5\frac{-1}{x^2-2x}+2x\right)(x-1)=0$$

$x=0$ $\quad \log_5\frac{1}{2x-x^2}+2x=0$ $\quad\quad x=1$

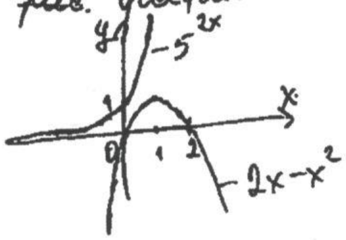
$$-\log_5(2x-x^2)=-2x$$

$$\Updownarrow$$

$$2x-x^2=5^{2x}$$

покажем, что $2x-x^2=5^{2x}$ не имеет решений:

сделаем схемат. рис. графика



Значит:

$$\left[\begin{array}{l} x=0 \text{ - не удов. т.к } y-4=\frac{-1}{x(x-2)} \\ x=1 \Rightarrow y-4=\frac{-1}{1(1-2)}=1 \Rightarrow y=5. \end{array}\right.$$

Ответ: $(1,5)$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 3 0 8 0

№5

$y = 6x + x^2$

$y' = 6 + 2x.$

$y'(x_0) = 6 - 4 = 2.$

$y_к(x_0) = 2x + b.$

$y_к(x_0) = y(x_0) = 6 \cdot (-2) + 4 = -8 = 2 \cdot (-2) + b \Rightarrow b = -4 \Rightarrow$

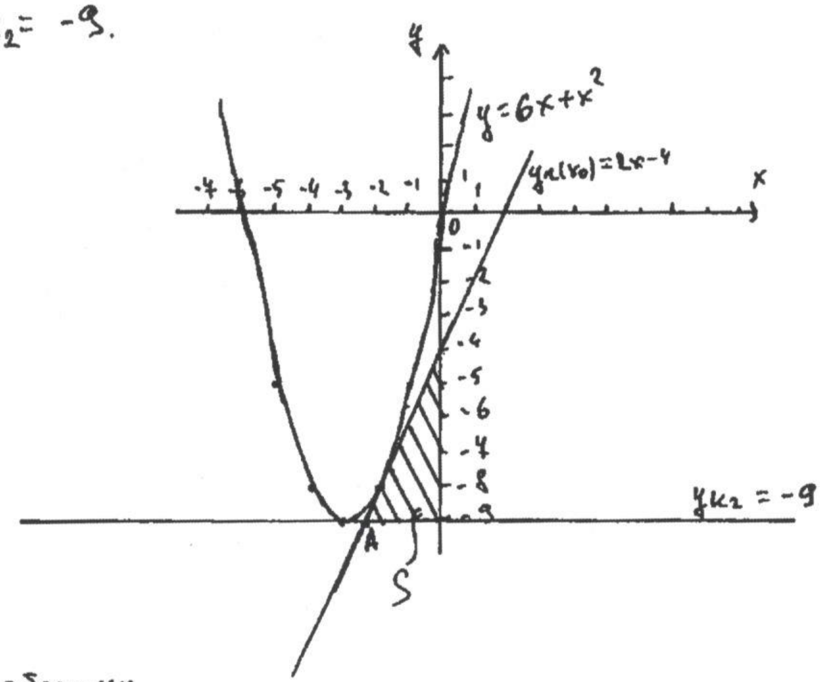
$\Rightarrow y_к(x_0) = 2x - 4.$

$y' = 0 \Rightarrow$ ~~ук(вин.~~ ~~ук2 = 0 + b1 =~~

Найдем ур-е касательной в точке минимума функции:

$x_в = \frac{-6}{2} = -3 \Rightarrow y_{min} = 6 \cdot (-3) + 9 = -9 \Rightarrow$

$\Rightarrow y_{к_2} = -9.$



Найдем абсциссу т. A $y_{к_2} = y_к(x_0) = -9 = 2x - 4 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x_A = -2,5$

$S = \frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot (-4 - (-9)) = 2,5 \cdot 2,5 = 6,25$ ед²

Ответ: 6,25 ед²

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(a\cdot b)c = a(b\cdot c)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 3 0 8 0

№6

$$\begin{cases} x^8+y^8+z^8=1 \quad |\cdot\sqrt{42} \\ x^4-2y^4+3z^4=\sqrt{42} \end{cases}$$

$x, y, z < 1$ т.к. если одно из них равно 1 то другие равны 0, а это противоречит системе а если больше 1, то тоже противореч. т.к $x^8 \geq 0$, $y^8 \geq 0$, $z^8 \geq 0$, то сумма больше 1

$$\begin{cases} \sqrt{42}x^8+\sqrt{42}y^8+\sqrt{42}z^8=\sqrt{42} \\ x^4-2y^4+3z^4=\sqrt{42} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\sqrt{42}x^8+\sqrt{42}y^8+\sqrt{42}z^8 = x^4-2y^4+3z^4$$

$$x^4(\sqrt{42}x^4-1)+y^4(\sqrt{42}y^4+2)+z^4(\sqrt{42}z^4-3)=0$$

т.к $x^4 \geq 0$; $y^4 \geq 0$; $z^4 \geq 0 \Rightarrow$

$\sqrt{42}x^4=1$ $\quad y=0 \quad$ $\sqrt{42}z^4=3$; $x=0$ $y=0$ $z=0$

$x^4=\frac{1}{\sqrt{42}}$ $\quad$ $z^4=\frac{3}{\sqrt{42}}$

$x=\pm\frac{1}{\sqrt[8]{42}}$ $\quad$ $z=\pm\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[8]{42}}$

Но если проверить эти корни, то они не удов. Докажем, что у системы нет решений.

$$\sqrt{\frac{x^8+y^8+z^8}{3}} \geq \frac{x^4+y^4+z^4}{3} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{3}} \geq \frac{\sqrt{42}+3y^4-2z^4}{3} \geq \frac{\sqrt{42}-2}{3}.$$

Сравним $\sqrt{\frac{1}{3}}$ и $\frac{\sqrt{42}-2}{3}$.

Возведем в квадрат:

$$\frac{1}{3} \; \frac{3}{9} \text{ и } \frac{42-4\sqrt{42}+4}{9}$$

Вычтем из $\frac{1}{3}-\frac{42-4\sqrt{42}+4}{9}=\frac{3-42+4\sqrt{42}-4}{9}=\frac{-43+4\sqrt{42}}{9}<0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{3}<\frac{42-4\sqrt{42}+4}{9} \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{3}}<\frac{\sqrt{42}-2}{3}$ противоречие $\Rightarrow$

система не имеет решений

Ответ: $\varnothing$

+