ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(a\cdot b)c = a(b\cdot c)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 5 0 1

Класс 11 **Вариант** 21 **Дата Олимпиады** 09.02.2018

Площадка написания ТИУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	0	20	20	0					55	Пятьдесят пять	

N 1

$y = e^{-x}$

$y' = -e^{-x}$

$y'' = e^{-x}$

$y''' = -e^{-x}$

...

Заметим, что производная функции $y = e^{-x}$ нечётного порядка $y^{(2n+1)} = -e^{-x}$ $(n \in \mathbb{Z};\ n \geq 0)$, а чётного $y^{(2n)} = e^{-x}$ $(n \in \mathbb{Z};\ n \geq 0)$

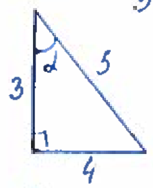
Так как $2018 \vdots 2$, то $y^{(2018)} = e^{-x}$.

Ответ: $y^{(2018)} = e^{-x}$

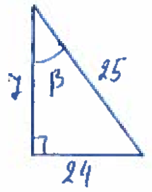
+

N2

$A = \arcsin\frac{4}{5} + \arccos\frac{7}{25} + \operatorname{arctg}\frac{4}{3}$



$\alpha = \arcsin\frac{4}{5} = \arccos\frac{3}{5} = \operatorname{arctg}\frac{4}{3}$



$\beta = \arcsin\frac{24}{25} = \arccos\frac{7}{25} = \operatorname{arctg} = \frac{24}{7}$

$A = \arccos\frac{3}{5} + \arccos\frac{7}{25} + \arccos\frac{3}{5} = 2\arccos\frac{3}{5} + \arccos\frac{7}{25}$

$\cos A = \cos\left(2\arccos\frac{3}{5} + \arccos\frac{7}{25}\right) = \cos\left(2\arccos\frac{3}{5}\right)\cos\left(\arccos\frac{7}{25}\right) - \sin\left(2\arccos\frac{3}{5}\right)\cdot$

$\cdot\sin\left(\arccos\frac{7}{25}\right) = \left(\cos^2\left(\arccos\frac{3}{5}\right) - \sin^2\left(\arccos\frac{3}{5}\right)\right)\cos\left(\arccos\frac{7}{25}\right) -$

$- 2\sin\left(\arccos\frac{3}{5}\right)\cos\left(\arccos\frac{3}{5}\right)\sin\left(\arccos\frac{7}{25}\right) =$

$= \left(\cos^2\left(\arccos\frac{3}{5}\right) - \sin^2\left(\arcsin\frac{4}{5}\right)\right)\cos\left(\arccos\frac{7}{25}\right) - 2\sin\left(\arcsin\frac{4}{5}\right)\cos\left(\arccos\frac{3}{5}\right)\sin(\arcsin$

$= \left(\frac{9}{25} - \frac{16}{25}\right)\frac{7}{25} - 2\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{5}\cdot\frac{24}{25} = -\frac{49}{625} - \frac{576}{625} = -1$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 4 | 5 | 0 | 1 |

$A = \arccos(-1) = \pi$

Ответ: $A = \pi$

+

N 3

Пусть вся партия деталей – x деталей $(x \in N)$, тогда минимально возможное количество соответствующих стандартам деталей – $a = 0{,}952x$ $(a \in N)$, а максимально возможное – $b = 0{,}982x$ $(b \in N)$

Пусть $x = 1000$, тогда $a = 952$, $b = 982$. Найдем наибольший общий делитель (НОД) чисел x, a и b:

?

$$\left.\begin{array}{l} 1000 = 2^3 \cdot 5^3 \\ 952 = 2^3 \cdot 7 \cdot 17 \\ 982 = 2 \cdot 491 \end{array}\right\} \Rightarrow НОД = 2$$

Разделим все числа на НОД, получим, что:

$x = 500$; $a = 476$; $b = 491$ => наименьшее возможное количество деталей в партии – 500.

Ответ: 500.

N 4

$$\begin{cases} x^2 \log_5(y-4) - 2x^2 = \dfrac{3x \ln(y-4)}{\ln 125} - 2x^3 \\ 2xy - 8x = x^2(y-4) + 1 \end{cases}$$

$2xy - 8x = x^2(y-4) + 1$

$2x(y-4) = x^2(y-4) + 1$

$(y-4)x^2 - 2(y-4)x + 1 = 0$

$x^2 \log_5(y-4) - 2x^2 = \dfrac{3x \ln(y-4)}{\ln 125} - 2x^3$

Условие, при котором уравнение не имеет смысл

$y - 4 > 0 \Leftrightarrow y > 4$

$x^2(\log_5(y-4) - 2) - x(3\log_{5^3}(y-4) - 2x^2) = 0$

$x(x\log_5(y-4) - 2x - \log_5(y-4) + 2x^2) = 0$

$x((x-1)\log_5(y-4) + 2x(x-1)) = 0$

$x(x-1)(\log_5(y-4) + 2x) = 0$

$x \neq 0 \Leftrightarrow 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$ $(y-4)0 - 2(y-4)0 + 1 \neq 0$

$$\left[\begin{array}{l} x = 0 \Rightarrow \\ x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y - 4 - 2y + 8 + 1 \Leftrightarrow y = 5 \\ \log_5(y-4) + 2x = 0 \Leftrightarrow \log_5(y-4) = \log_5 5^{-2x} \Leftrightarrow y - 4 = 5^{-2x} \end{array}\right.$$

$y - 4 = 5^{-2x} \Rightarrow 5^{-2x}x^2 - 2 \cdot 5^{-2x}x + 1 = 0$

Замена: $5^{-2x} = k$, $k > 0$

$kx^2 - 2kx + 1 = 0$

$\dfrac{D}{4} = k^2 - k = k(k-1)$

$x = \dfrac{k \pm \sqrt{k(k-1)}}{k}$

$x = 1 \pm \sqrt{\frac{k(k-1)}{k^2}}$

$x = 1 \pm \sqrt{\frac{k-1}{k}}$

$x = 1 \pm \sqrt{1 - \frac{1}{k}}$

Обратная замена:

$x = 1 \pm \sqrt{1 - 5^{2x}}$

т.к. $1 - 5^{2x} \geq 0$, то $5^{2x} \leq 1 \overset{5>1}{\Leftrightarrow} 2x \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$

т.к. $x \leq 0$, то $0 < 5^{2x} \leq 1 \Leftrightarrow 0 > -5^{2x} \geq -1 \Leftrightarrow 1 > 1 - 5^{2x} \geq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 > \sqrt{1 - 5^{2x}} \geq 0 \Leftrightarrow -1 < -\sqrt{1-5^{2x}} \leq 0 \Leftrightarrow 0 < 1 - \sqrt{1-5^{2x}} \leq 1$

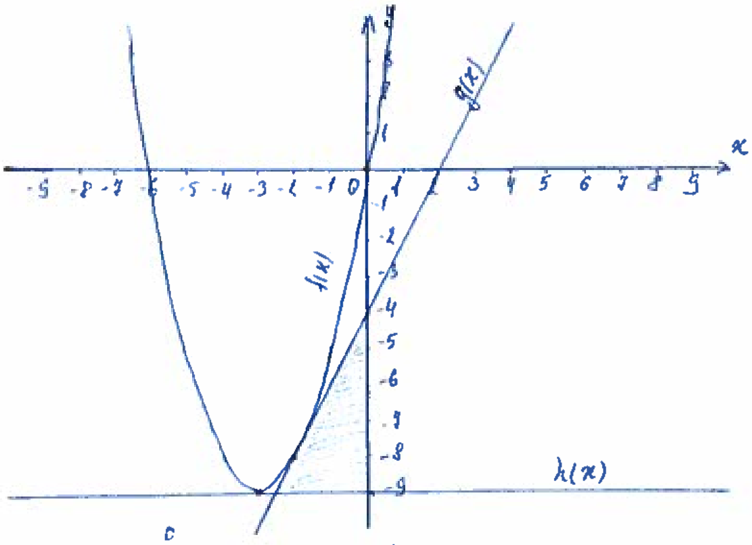
$\Rightarrow x \neq 1 - \sqrt{1 - 5^{2x}}$

т.к. $\sqrt{1 - 5^{2x}} \geq 0$, то $1 + \sqrt{1-5^{2x}} \geq 1 \Rightarrow x \neq 1 + \sqrt{1 - 5^{2x}}$

+

Ответ: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases}$

N5



$f(x) = x^2 + 6x$

вершина: $x = \frac{-6}{2a} \Rightarrow x = -3$

$f(x) = (-3)^2 + 6(-3) = -9$

$g(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

$g(x) = -8 + 2(x + 2)$

$g(x) = 2x - 4$

$h(x) = -9$

$g(x) = h(x) \Leftrightarrow 2x - 4 = -9 \Leftrightarrow x = -.$

$S_\Delta = \int_{-2,5}^{0} -(h(x) - g(x))\,dx$

$S_\Delta = \int_{-2,5}^{0} -(-9 - 2x + 4)\,dx = \int_{-2,5}^{0} (2x+5)\,dx = x^2 + 5x \Big|_{-2,5}^{0} = 0 - (6,25 - 12,5) = 6,25$ кв. ед.

Ответ: $S_\Delta = 6,25$ квадратных единиц

+

N6

$\begin{cases} x^8 + y^8 + z^8 = 1 \\ x^4 - 2y^4 + 3z^4 = \sqrt{42} \end{cases}$

$x^8 - x^4 + y^8 + 2y^4 + z^8 - 3z^4 = 1 - \sqrt{42}$

$x^4(x^4 - 1) + y^4(y^4 + 2) + z^4(z^4 - 3) = 1 - \sqrt{42}$

?