ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(a.b)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 9 8 3

Класс 11 Вариант 21 Дата Олимпиады 09.02.2019.

Площадка написания ТИУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	3	0	18	20	0					46	Сорок шесть	

Задание 1. Найдём производную 1-го порядка для данной функции:

$y' = (e^{-x})' = -e^{-x}$;

2-го порядка: $y'' = (-e^{-x})' = (-1)\cdot(e^{-x})' = (-1)\cdot y' = -(-e^{-x}) = e^{-x} = y$;

3-го порядка: $y''' = (y'')' = y' = -e^{-x}$;

4-го порядка: $y'''' = (y''')' = (y')' = y'' = y = e^{-x}$.

Таким образом, мы видим, что производные чётного порядка для данной функции равны самой функции, а производные нечётного порядка отличаются лишь знаком.

Т.е. производная $(2n)$ порядка всегда равна e^{-x}, а производная $(2n+1)$ порядка всегда равна $-e^{-x}$.

Данное явление ~~мы~~ (чередование знаков у производных) мы наблюдаем из-за того, что $(e^x)' = e^x$, а в ~~данном~~ нашем случае степень e имеет вид $(-x)$, что влияет на знак производной данной функции.

Так как ~~степ.~~ производная 2018-го порядка – производная чётного порядка (т.е. 2018:2) $\Rightarrow$ $y^{(2018)} = y'' = y = e^{-x}$.

Ответ: e^{-x}.

+

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 4 | 4 | 9 | 8 | 3 |

Задание 4.

$$\begin{cases} x^2\cdot\log_5(y-4)-2x^2=\dfrac{3x\cdot\ln(y-4)}{\ln 125}-2x^3, & (1)\\ 2xy-8x=x^2(y-4)+1. & (2)\end{cases}$$

Решение.

(2): $2xy-8x=x^2y-4x^2+1 \Rightarrow 2xy-x^2y=8x-4x^2+1 \Rightarrow$

$\Rightarrow y(2x-x^2)=8x-4x^2+1 \Rightarrow y=\dfrac{8x-4x^2+1}{2x-x^2}$

ОДЗ: $2x-x^2\neq 0$.
$x(2-x)\neq 0 \Rightarrow x\neq 0,\ x\neq 2$.

(1): $x^2\log_5(y-4)-2x^2=\dfrac{3\cdot x\cdot\ln(y-4)}{\ln 5^3}-2x^3$

ОДЗ: $y-4>0$
$y>4$.

$\log_5(y-4)^{x^2}-2x^2=\dfrac{3x\cdot\ln(y-4)}{3\cdot\ln 5}-2x^3$.

$\log_5(y-4)^{x^2}-2x^2=x\cdot\log_5(y-4)-2x^3$.

$\log_5(y-4)^{x^2}-\cancel{\&}\log_5(y-4)^x=2x^2-2x^3$

$\log_5\dfrac{(y-4)^{x^2}}{(y-4)^x}=2x^2-2x^3 \Rightarrow \log_5(y-4)^{x^2-x}=2x(x-x^2)$

$(x^2-x)\log_5(y-4)=-2x(x^2-x) \Rightarrow (x^2-x)\log_5(y-4)+2x(x^2-x)=0$

$(x^2-x)(\log_5(y-4)+2x)=0$

$x^2-x=0$ или $\log_5(y-4)+2x=0 \Rightarrow \log_5(y-4)=-2x$.

$x(x-1)=0$.

$x=0$ (не входит в ОДЗ),

$\boxed{x=1.}$

$\Downarrow$

$\boxed{y=\dfrac{8-4+1}{2-1}=5.}$

~~$\log_5$ Метод рационализации:~~

~~$4(y-5)+2x=0/:2.$~~

~~$2(y-5)+x=0.$~~

~~$2\left(\dfrac{8x-4x^2+1}{2x-x^2}-5^{(2x-x^2)}\right)+x=0$~~

~~$2\left(\dfrac{8x-4x^2+1-10x+5x^2}{2x-x^2}\right)+x=0$~~

$y-4=5^{-2x}$.

$\dfrac{8x-4x^2+1}{2x-x^2}-4^{(2x-x^2)}=5^{-2x}$.

$\dfrac{8x-4x^2+1-8x+4x^2}{2x-x^2}=\dfrac{1}{25^x}$

$\dfrac{1}{2x-x^2}=\dfrac{1}{25^x}$.

Получим: $2x-x^2=25^x$

$y=2x-x^2$ – графиком является парабола, ветви направлены вниз $\Rightarrow$ наибольшее значение функция принимает в $x_в=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{-2}{-2}=1 \Rightarrow y_{наиб}=y(x_в)=y(1)=2-1=1$.

$y=25^x$ – показательная функция. $25^x>0$ $25^0=1 \Rightarrow x=0$;

Таким образом, $2x-x^2=25^x$ – решений нет.

Ответ: $x=1,\ y=5$

$\pm$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 9 8 3

Задание 5.

$y=6x+x^2$ – график параболa, ветви направлены вверх.

Нули: $6x+x^2=0$.

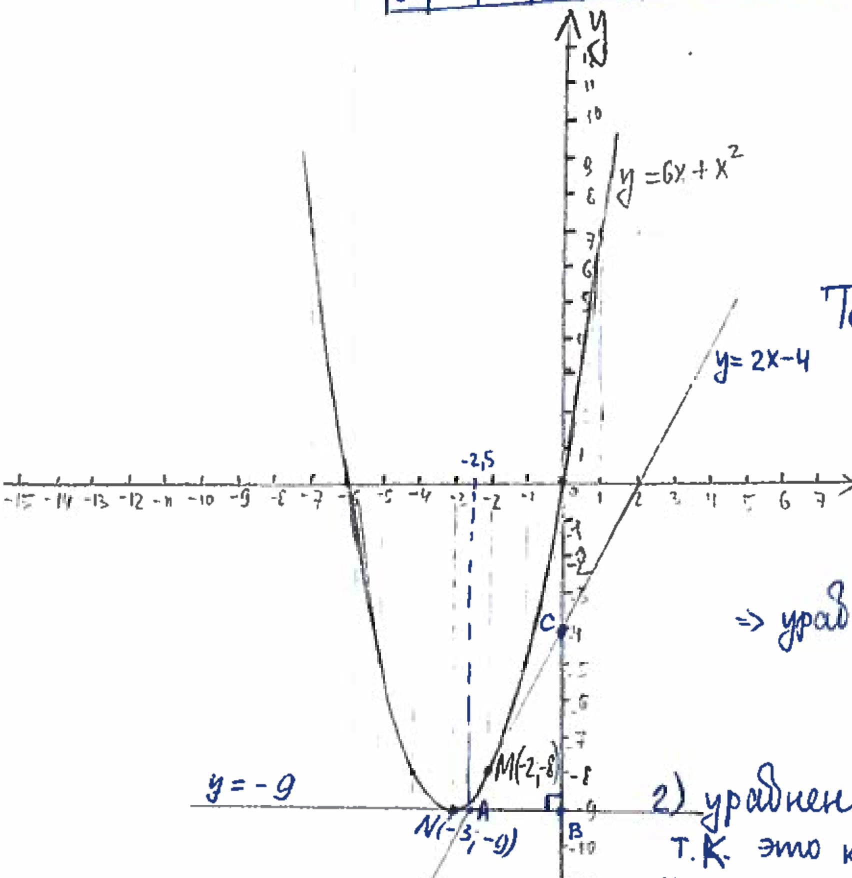
$x(6+x)=0$

$x=0$ $\quad x=-6$.

$x_{в.}=x_{min}=-\frac{b}{2a}=-\frac{6}{2}=-3 \Rightarrow y_{в.}=y(x_{в})=-18+9=-9$.

Для параболы:

x	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	1	~~7~~
y	0	-5	-8	-9	-8	-5	0	~~7~~	7



1) $y'(x_0)=k$.

$x_0=-2$.

$y'=6+2x$.

$y'(x_0)=6-4=2 \Rightarrow k=2$.

Тогда уравнение первой прямой имеет вид $y=2x+b$.

Парабола и касательная имеют одну общую точку M с координатами $(-2;-8) \Rightarrow -8=2\cdot(-2)+b \Rightarrow$

$\Rightarrow -8+4=b=-4 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ уравнение первой касательной:

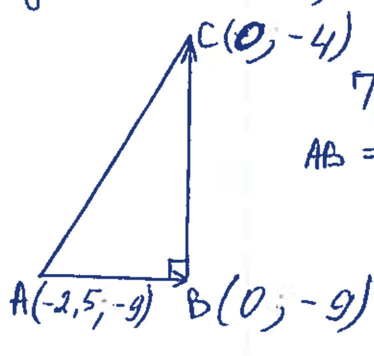
$y=2x-4$.

x	-2	0
y	-8	-4

2) уравнение второй касательной: $y=-9$, т.к. это касательная к вершине параболы, а значит, эта касательная $\parallel$ оси Ox.

3) касательные пересекаются в какой-то точке A $\Rightarrow -9=2x-4 \Rightarrow 2x=-5 \Rightarrow$
$\Rightarrow x=-2,5 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ т. A имеет координаты: $A(-2,5;-9)$.

4) Получим $\triangle ABC$, площадь которого надо найти: $\triangle ABC$ – прямоуг., $\angle ABC=90°$, т.к. $y=-9 \parallel Ox$, а $Ox \perp Oy \Rightarrow y=-9 \perp Oy$



Тогда $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC$, где

$AB=|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(2,5)^2}=2,5$; $BC=|\overrightarrow{BC}|=\sqrt{5^2}=5$.

Получим: $S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot 2,5\cdot 5=(2,5)^2=6,25$.

Ответ: 6,25.

+

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 4 4 9 8 3

Задание 2. $A = \arcsin\frac{4}{5} + \arccos\frac{7}{25} + \operatorname{arctg}\frac{4}{3}$.

1) $\operatorname{arctg}\frac{4}{3} = \alpha \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{3} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{4}{3}\cos\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\cos^2\alpha + \frac{16}{9}\cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \frac{25}{9}\cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{3}{5}$.

2) $\beta = \arcsin\frac{4}{5} \Rightarrow \sin\beta = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos\beta = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \frac{3}{5} \Rightarrow$

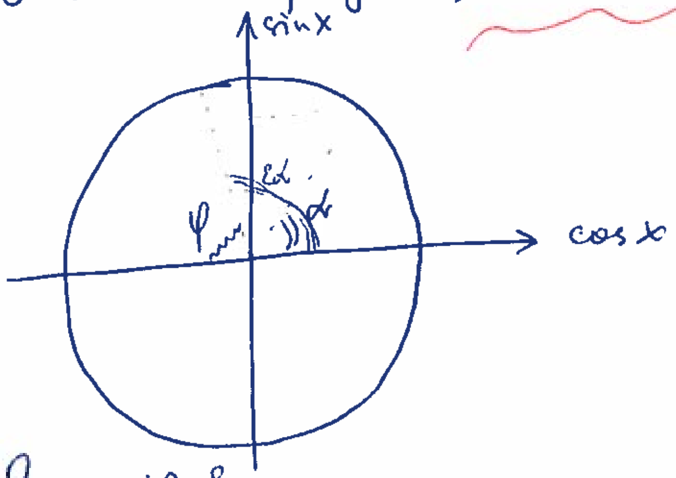
$\Rightarrow \arcsin\frac{4}{5} = \operatorname{arctg}\frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = \beta$.

3) $A = 2\arcsin\frac{4}{5} + \arccos\frac{7}{25}$

4) $\arccos \frac{7}{25} = \varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{7}{25} \Rightarrow \sin\varphi =$

$= \sqrt{1 - \frac{49}{625}} = \frac{24}{25} = 0,96$.

Таким образом, $A \approx 2\cdot 56^\circ + 68^\circ = 180^\circ$?



Ответ: 180°.

Задание ~~5~~ 3. Пусть всего деталей n; тогда деталей, соответствующих стандартам пусть будет $(n-1)$.

$\frac{3}{4} = 0,75$; $\frac{5}{6} = 0,8\ldots$; $\frac{11}{12} = 0,91\ldots$; $\frac{22}{23} \approx 0,956\ldots$

Тогда ищем n – наименьшее такое, что $95{,}2 < \frac{n-1}{n} < 98{,}2$

Методом подбора: 23 детали $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{22}{23} \approx 0,956\ldots$ $\frac{n-1}{n} = 1 - \frac{1}{n}$ $\Rightarrow$ больше $95{,}2\%$ $(95,6\%)$

Ответ: 23 детали.

$\frac{22}{23} \approx 0,956\ldots$ $\left(\frac{22}{23} \approx 95,6\%\right)$