ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 4 6 7 1

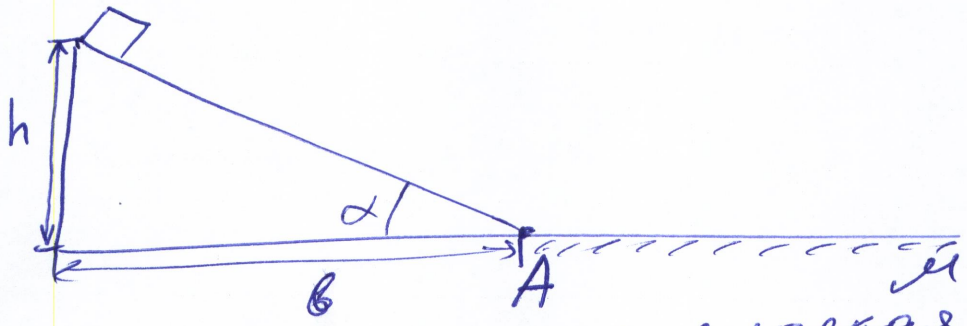
Класс 11 Вариант 3 Дата Олимпиады 03.02.2019

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	5	5	5	5	5	29	двадцать девять	

Задание 4

$tg\alpha = \frac{h}{b}$



Наклонная плоскость гладкая => трения нет.

ЗСЭ для спуска бруска:

$mgh = m\frac{v_A^2}{2}$ (1), где v_A – скорость бруска в т. А.

из (1) выразим скорость: $v_A = \sqrt{2gh}$

Модуль силы трения на горизонтальной плоскости:

$F_{тр} = \mu N$; $N = mg$ =>

=> $F_{тр} = \mu mg$.

Мгновенная мощность силы:

$P = F \cdot v$, в наших обозначениях: $P = F_{тр} \cdot v_A$

$P = \mu mg \cdot \sqrt{2gh}$ (Используем для мощности скорость v_A т.к. переход плавный, а значит, потерь скорости небудет)

$\boxed{Ответ: P = \mu mg \cdot \sqrt{2gh}}$

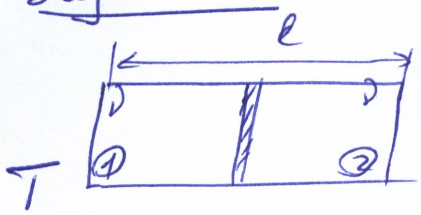
5

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР

Задание 1



В нач. момент времени (т.к. в отсутствие колебаний)

$V_1 = V_2 \equiv V \quad T_1 = T_2 \equiv T \quad P_1 = P_2 \equiv P$

Пусть поперечное сечение цилиндра имеет площадь S

Тогда $V = \frac{l}{2} S$.

Ур-е Клапейрона-Менделеева для нач. сост.:

$P \cdot \frac{l}{2} S = \nu RT$ (для обеих половин цилиндра)

Допустим, при малых колебаниях поршень сместился вправо на величину x (учтем, что $x \ll \frac{l}{2}$)

Тогда для обеих частей сосуда:

$P_1 \left(\frac{l}{2} + x\right) S = \nu RT$! T поддерживается постоянной

$P_2 \left(\frac{l}{2} - x\right) S = \nu RT$

Выразим из обоих уравнений P_1 и P_2:

$$P_1 = \frac{\nu RT}{\left(\frac{l}{2} + x\right) S} \qquad P_2 = \frac{\nu RT}{\left(\frac{l}{2} - x\right) S}$$

В роли возвращающей силы выступает сила давления газа.

II з-н Ньютона для поршня:

$m\vec{a} = \vec{F}$ (1), где $F = (P_2 - P_1) S$

Посчитаем F:

$$F = \left[\frac{\nu RT}{\left(\frac{l}{2} - x\right) S} - \frac{\nu RT}{\left(\frac{l}{2} + x\right) S}\right] S = \frac{\nu RT}{\left(\frac{l}{2} - x\right)} - \frac{\nu RT}{\left(\frac{l}{2} + x\right)}$$

$$F = \frac{\nu RT \frac{l}{2} + \nu RT x - \nu RT \frac{l}{2} + \nu RT x}{\left(\frac{l}{2}\right)^2 - x^2} \approx \frac{2 \nu RT x}{\left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

($x^2 \approx 0$ т.к. $x \ll \frac{l}{2}$ и колеб. малые)

Перепишем ур-е (1) в виде:

$$m\ddot{x} = -\frac{8\nu RT}{e^2}x$$ (знак „–" стоит т.к. сила возвращает поршень в положение равновесия)

Общий вид ур-я гармонических колебаний:

$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$, приводим наше ур-е к такому же виду.

$$\ddot{x} + \frac{8\nu RT}{e^2 m}x = 0 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{8\nu RT}{me^2}}$$

Период: $$\tau = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\frac{e\sqrt{m}}{\sqrt{8\nu RT}} = \pi\frac{e\sqrt{m}}{\sqrt{2\nu RT}}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \tau = 2\pi\frac{e\sqrt{m}}{\sqrt{8\nu RT}}}$$

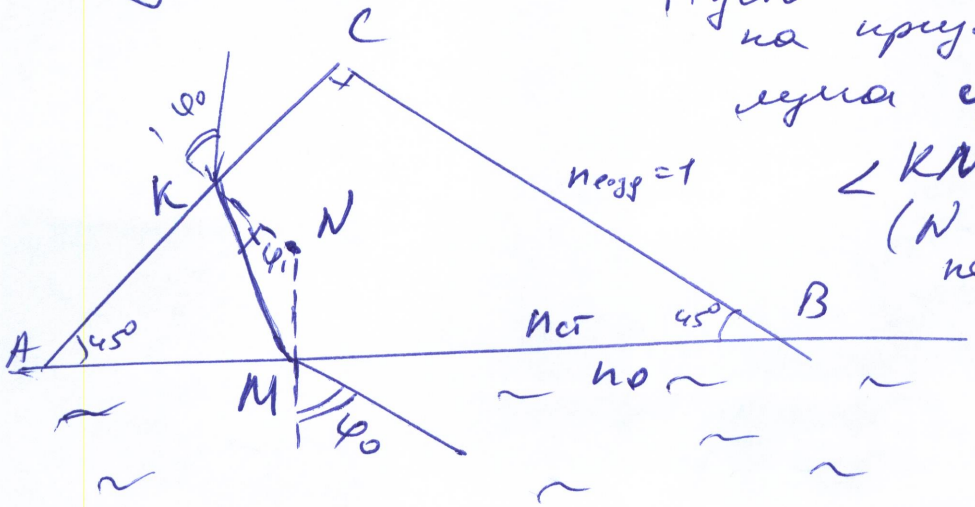
4

Проверка размерности:

$\nu RT = [Дж] = [кг\frac{м^2}{с^2}]$

$$[c] = \frac{[м]\sqrt{[кг]}}{\sqrt{[кг]\frac{[м^2]}{[с^2]}}} = [c]$$, всё верно.

Задание 2.



Пусть точка падения луча на призму K, а точка выхода луча из призмы M.

$\angle KNM = 180° - 45° = 135°$ (N – точка пересечения перпендикуляров из K и M)

Тогда угол падения в точке M

$\alpha = 180^\circ - 135^\circ - \varphi_1$ (из $\triangle KNM$)

$\alpha = 45^\circ - \varphi_1$ (1)

Запишем з-н Снеллиуса для луча в точках K и M:

K: $\sin\varphi_0 \cdot 1 = \sin\varphi_1 \cdot n_{ст}$ (2)

M: $\sin(45^\circ - \varphi_1) \cdot n_{ст} = \sin\varphi_0 \cdot n_0$ (3)

Почленно разделив (3) на (2):

$$n_0 = \frac{\sin(45^\circ - \varphi_1)}{\sin\varphi_1} \quad (4)$$

Для $\sin(45^\circ - \varphi_1)$ распишем формулу разности синусов:

$\sin(45^\circ - \varphi_1) = \sin 45^\circ \cdot \cos\varphi_1 - \cos 45^\circ \cdot \sin\varphi_1$,

подставим результат в (4).

$$n_0 = \frac{\sin 45^\circ \cdot \cos\varphi_1 - \cos 45^\circ \cdot \sin\varphi_1}{\sin\varphi_1}$$

$n_0 = \sin 45^\circ \cdot \operatorname{ctg}\varphi_1 - \cos 45^\circ$, подставим числовые значения:

$$\frac{4}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\operatorname{ctg}\varphi_1 - 1) \Rightarrow \operatorname{ctg}\varphi_1 = \frac{8}{3\sqrt{2}} + 1 = \frac{3+4\sqrt{2}}{3}$$

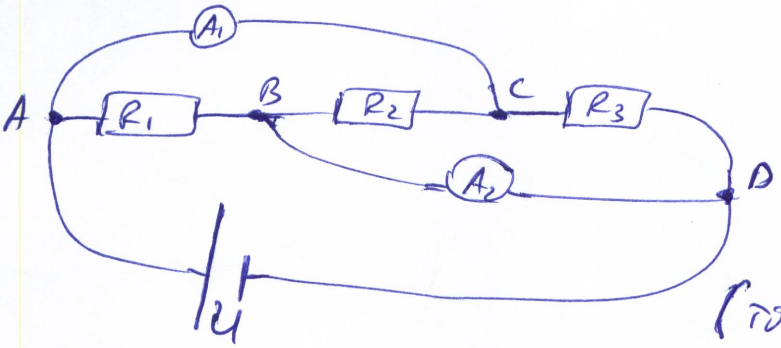
Тогда $\varphi_1 = \operatorname{arcctg}\left(\frac{3+4\sqrt{2}}{3}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{3}{3+4\sqrt{2}}\right)$

$\varphi_1 \approx 19{,}11^\circ$

5

Ответ: $\varphi_1 = 19{,}11^\circ$

Задание 3



Амперметры идеальные, значит, ток через них не течет, значит,

$\varphi_A = \varphi_C$; $\varphi_B = \varphi_D$ (1)

(точки указаны на рис.)

Т.к. резистор R_2 участвует и в вычислении силы тока A_1, и в A_2, на разность $A_1 - A_2$ он не повлияет. (A_1 и A_2 в моих обозначениях — это показания соответственных амперметров)

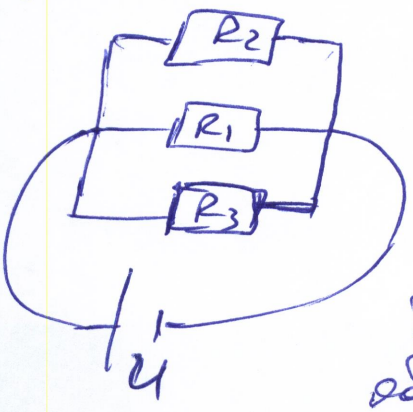
Тогда разность показаний равна разности токов!

$\boxed{A_1 - A_2 = I_1 - I_3}$, (2) где I_1 — ток через R_1

I_3 — ток через R_3

Используя св-во (1) перестроим цепь, пока что не учитывая амперметры т.к. они не влияют на токи.

Точку A совместим с точкой C, аналогично для B и D. Получим:



из з-на Ома для участка цепи. Напряжение на всех 3ех ветках с R_1, R_2 и R_3 равны;

По условию $I_3 = 1$ мА

5

Токи в парал. цепи проходят обратно пропорционально сопротивл.

$I_1 = \frac{I_3 R_3}{R_1} = 3$ мА, тогда (2): $A_1 - A_2 = 3 - 1 = 2$ мА

Ответ: 2 мА

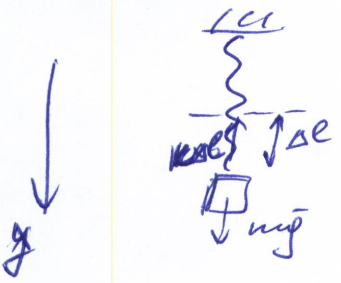
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР

Задание 5

В положении равновесия:



$$mg = k\Delta l \Rightarrow k = \frac{mg}{\Delta l} \quad (1)$$

II з-н Ньютона для малого вертикального отклонения на величину x

$$m\ddot{x} = -k(x) + mg \quad (2)$$

Величина силы тяжести mg никак не влияет на период колебаний, как и $-k\Delta l$, тогда (2) примет вид: (эти две составляющие игнорируются в ур-ии колебаний)

$m\ddot{x} + kx = 0$, учтём (1):

$$m\ddot{x} + \frac{mg}{\Delta l}x = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \frac{g}{\Delta l}x = 0$$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\Delta l}}$ Из-за малости колебаний считаем пружину не сильно растянутой => => не учитывается упругость самой пружины (связанную с её материалом и модулем Юнга)

Период:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{\Delta l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{50\cdot10^{-3}}{9,8}} \approx 0,4488\,c.$$

5

$\boxed{\text{Ответ: } T \approx 0,488\,c.}$

Размерность: $T = \sqrt{\frac{[м]}{[м/с^2]}} = [c]$.

Всё верно.

Задание 6

Теплота, выделяющаяся в рамке:

$Q = I^2 R t_1 = \frac{\mathcal{E}_i^2}{R} t_1$ (1) t_1 - время, в которое в рамке есть $\mathcal{E}_i$

$\mathcal{E}_i = -\dot{\Phi} = -B\frac{dS}{dt}$

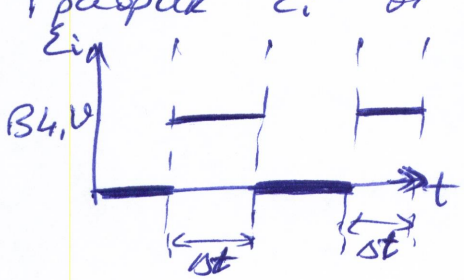
$dS = L_1 v dt$, тогда $\mathcal{E}_i = -B\frac{L_1 v dt}{dt} = -BL_1 v$ (2)

Из (2) следует, что при изменении магнитного потока $\mathcal{E}_i$ остается постоянной при постоянной v.

Это значит:

Т.к $L_3 > L_2$, будет такой момент, при котором рамка полностью будет находиться в поле индукции => изменения магнитного потока Φ не будет => не будет $\mathcal{E}_i$!

График $\mathcal{E}_i$ от времени:



Первый и третий промежутки $\mathcal{E}_i = 0$ т.к. рамка либо еще не в поле (первый), либо полностью в поле (третий).

Во время внесения/вынесения в рамке возникает индукционный ток разных направлений, но мы берем его только в положительном смысле т.к. направление тока не влияет на выделяющуюся теплоту.

Длительность внесения/вынесения Δt:

$v\Delta t = L_2 \Rightarrow \Delta t = \frac{L_2}{v}$ (3)

Поскольку $\mathcal{E}_i$ по модулю одинакова в обоих процессах,

$Q = 2 \cdot \frac{\mathcal{E}_i^2}{R} \cdot \Delta t$

С учетом (2) и (3):

$$Q = 2 \cdot \frac{B^2 L_1^2 v^2}{R} \cdot \frac{L_2}{v} = 2 \cdot \frac{B^2 L_1^2 L_2}{R} v$$

Тогда ~~R~~: v:

$$v = \frac{QR}{2 B^2 L_1^2 L_2}$$

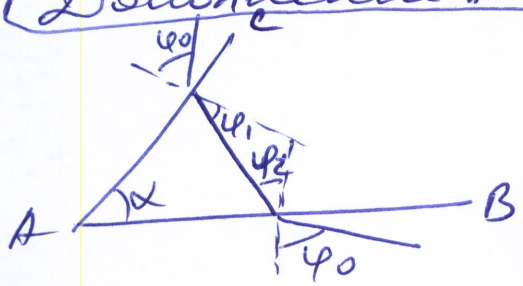
Подставим числовые значения:

$$v = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 1}{2 \cdot (0{,}5)^2 \cdot (0{,}1)^2 \cdot 0{,}5} = 40 \text{ м/с}$$

5

$\boxed{\text{Ответ: } v = 40 \text{ м/с}}$

(Дополнение к задаче 2):



Для произвольного угла $\angle BAC = \alpha$

$$\varphi_2 = \pi - \varphi_1 - (\pi - \alpha)$$

$$\varphi_2 = \alpha - \varphi_1$$

$$\begin{cases} \sin\varphi_0 = \sin\varphi_1 \text{ истекла} & (1) \\ \sin\varphi_0 n_0 = \sin(\alpha - \varphi_1) \text{ истекла} & (2) \end{cases}$$

из отношения (2) к (1)

$$n_0 = \frac{\sin(\alpha - \varphi_1)}{\sin\varphi_1} = \frac{\sin\alpha\cos\varphi_1 - \cos\alpha\sin\varphi_1}{\sin\varphi_1}$$

$$n_0 = \sin\alpha \operatorname{ctg}\varphi_1 - \cos\alpha$$

$$\operatorname{ctg}\varphi_1 = \frac{n_0 + \cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\boxed{\varphi_1 = \operatorname{arcctg}\left(\frac{n_0 + \cos\alpha}{\sin\alpha}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\sin\alpha}{n_0 + \cos\alpha}\right)}$$

в нашей задаче $\alpha = 45^\circ$, расчеты для получения ответа написаны в основной части моего решения.