ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

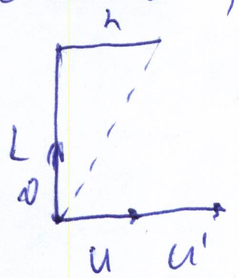
ШИФР 41636

Класс 10 Вариант 4 Дата Олимпиады 03.02.2019

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	5	1	5	5	4	25	двадцать пять	

№2. Перейдем в СО лодки. Пусть скорость лодки перпендикулярная течению ϑ, параллельная — u. Пусть скорость течения u'.



5

$u' = 2$ км/ч $= \cancel{\ldots} \frac{5}{9}$ м/с

Тогда $\frac{L}{\vartheta} = \frac{h}{u+u'} = t$

$\frac{400м}{\vartheta} = \frac{300м}{u+\frac{5}{9}} \Rightarrow 300\vartheta = 400u + \frac{400 \cdot 5}{9}$

$3\vartheta = 4u + \frac{20}{9}$

$\vartheta = \frac{4}{3}u + \frac{20}{27}$

Чтобы скорость лодки относит. берега течения была минимальной, нужно минимизировать $\sqrt{u^2+\vartheta^2} \Rightarrow \min(u^2+\vartheta^2)$

$u^2+\vartheta^2 = u^2 + (\frac{4}{3}u + \frac{20}{27})^2 = u^2 + \frac{16}{9}u^2 + \frac{400}{3^6} + \frac{160}{81}u = u^2 \cdot \frac{25}{9} + \frac{160}{81}u + \frac{400}{27 \cdot 27}$. Дифференцируем, получаем $(u^2+\vartheta^2)' = \frac{50}{9}u + \frac{160}{81}$, минимум будет когда производная равна 0 $\Rightarrow \frac{50}{9}u + \frac{160}{81} = 0 \Rightarrow u = -\frac{160 \cdot 9}{81 \cdot 50} \Rightarrow$

$\Rightarrow u = -\frac{16}{45}$ (м/с), $\vartheta = \frac{20}{27} - \frac{4}{3} \cdot \frac{16}{45} = \frac{4}{15}$ (м/с) $\Rightarrow t = \frac{400м}{\vartheta} = \frac{400}{4} \cdot 15 =$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

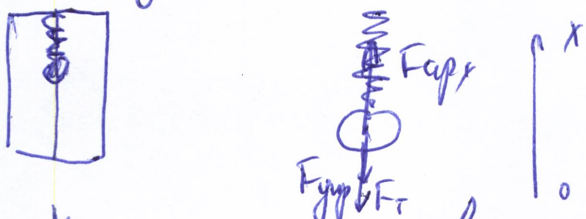
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР

$= 1500\,c = 25$ минут.

Ответ: 25 минут.

№4. Ситуация с покоящимся баком:



5

На шарик действуют силы тяжести, Архимеда и упругости со стороны пружины т.к. он покоится, то на ось Ox: $F_{арх} = F_{упр} + F_т \Rightarrow 3\rho g V = kx_1 + \rho g V \Rightarrow kx_1 = 2\rho g V \Rightarrow x_1 = \frac{2\rho g V}{k}$

Ситуация с движущимся баком: если пересядем в СО бака, то все будет точно так же, только ускорение свободного падения станет 1,5g. Тогда опять на Ox: $F_{арх} = F_{упр} + F_т \Rightarrow 3\rho \cdot 1{,}5g \cdot V = kx_2 + \rho \cdot 1{,}5g \cdot V \Rightarrow kx_2 = 3\rho g V \Rightarrow x_2 = \frac{3\rho g V}{k}$. Очевидно, что раз сила упругости направлена вниз и положительна, то пружина сжата в обоих случаях; $h = x_2 - x_1 = \frac{3\rho g V}{k} - \frac{2\rho g V}{k} = \frac{\rho g V}{k}$, пружина сжалась сильнее ⇒ шарик поднялся.

Ответ: вверх на $\frac{\rho g V}{k}$.

№5. Во время того, как газ имеет температуру T, сумма сил, действующих на поршень, равна нулю, и этих сил всего три: сила тяжести, сила упругости со стороны пружины и сила давления газа. Тогда для температуры T, $p_1 V_1 = \nu RT \Rightarrow p_1 S h = \nu RT \Rightarrow p_1 S = F_{дав} = \frac{\nu RT}{h}$. Сумма сил равна нулю: $\frac{\nu RT}{h} = Mg + F_{упр}$. Заметим, что нас не интересует, сжата пружина или растянута, потому что если мы ее растянем на $\frac{h}{2}$, то сила упругости со стороны

Пружины, ~~..~~ направленная вниз, увеличится на $\frac{kh}{2}$, поэтому просто пишу $F_{упр}$, она может быть отрицательной.

Для температуры T':

$$p_2V_2 = \nu RT' \Rightarrow p_2 S\cdot\frac{3}{2}h = \nu RT' \Rightarrow p_2 S = \frac{2\nu RT'}{3h}$$

Сумма сил, на поршень действующих, опять ноль:

$$\frac{2\nu RT'}{3h} = Mg + F_{упр} + \frac{kh}{2}$$

Перед $\frac{kh}{2}$ плюс, почему — пояснено выше.

Заменяем $Mg + F_{упр}$ на $\frac{\nu RT}{h}$, получаем:

$$\frac{2\nu RT'}{3h} = \frac{\nu RT}{h} + \frac{kh}{2} \quad \Big|\cdot 6h$$

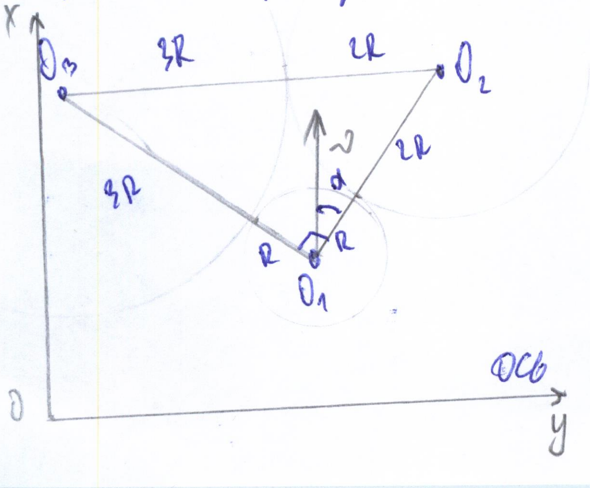
$$4\nu RT' = 6\nu RT + 3kh^2$$

$$T' = \frac{6\nu RT + 3kh^2}{4\nu R} \Rightarrow T' = 1{,}5T + 0{,}75\frac{kh^2}{\nu R}.$$

5

Ответ: $T' = 1{,}5T + \frac{3kh^2}{4\nu R}$.

№6 Заметим, что в момент столкновения центры всех 3х шаров образуют прямоугольный треугольник по теореме, обратной теореме Пифагора:



Очевидно ~~по III закону Ньютона~~, что шары будут двигаться только вдоль линии взаимодействия с первым шаром. Отметим на рисунке скорость v первого шара за мгновение до столкновения, ось Ox возьмём так, чтобы $v \parallel Ox$.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР

По оси Оy импульса не было у первого шара, и по ЗСИ он и не появился. По условию угол между $\vec{v}$ и скоростью второго шара $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{8}{15}$, ~~пусть угол $\vec{v}$ и скоростью~~ тогда угол между $\vec{v}$ и скоростью третьего шара равен $(90° - \alpha)$

Сумма конечных импульсов по Оy равна 0, массы шаров одинаковые:

$$m v_2 \cdot \sin\alpha = m v_3 \cdot \sin(90° - \alpha)$$

$$v_2 \sin\alpha = v_3 \cos\alpha$$

$$v_3 = v_2 \operatorname{tg}\alpha$$

Опять же, по ЗСИ сумма конечных импульсов по оси Ox равна начальному импульсу по Ox, то есть

$$m v = m_2 v_2 \cos\alpha + m v_3 \cos(90° - \alpha)$$

$$v = v_2 \cos\alpha + v_3 \sin\alpha$$

$$v = v_2 \cos\alpha + v_2 \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$$

$$v_2 = \frac{v}{\frac{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}{\cos\alpha}}$$

$$\underline{v_2 = v\cos\alpha}$$

Тогда $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}} = \sqrt{\frac{1}{1+\frac{64}{225}}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{289}{225}}} =$

$= \frac{15}{17} \Rightarrow v_2 = \frac{15v}{17}$.

4

Тогда изменение внутренней энергии равно изменению энергии кинетической: $\Delta E = \frac{225 m v^2}{578}$

Ответ: $\frac{15v}{17}$; $\frac{225 m v^2}{578}$, m – масса шара.

+

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР

№3 Видимо, предполагается считать g неизменным.
Тогда энергия спутника сначала: $E_0 = E_п + E_к = mg(R+H) + \frac{mv^2}{2} = mg(R+H) + \frac{mg(R+H)}{2}$, т.к. $v = \sqrt{gR}$.

1

Энергия потом: $E_1 = mg(R+H-\Delta h) + \frac{mg(R+H-\Delta h)}{2}$

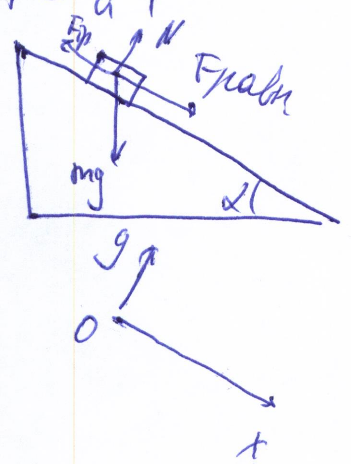
$\Delta E = Q = E_0 - E_1 = \frac{3}{2}mg(R+H) - \frac{3}{2}mg(R+H-\Delta h) = \frac{3}{2}mg\Delta h \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta h = \frac{2Q}{3mg} = \frac{2\cdot 20000000}{3\cdot 500\cdot 10}$ м $\approx 2{,}7$ км

Ответ: на 2,7 км.

№1 Мощность силы есть произведение её модуля и скорости тела, т.е. $F = \frac{P}{v} \Rightarrow v = \frac{P}{F} \Rightarrow v = \frac{P}{mg\mu}$ в силу горизонтальности участка.
Тогда поначалу сначала скорость 0, а в конце v, она растёт равномерно, то $A_{трения} = \frac{Pt}{2}$ — работа силы трения

$t = \frac{v}{a}$;



5

Oy: $N = mg\cos\alpha$

Ox: $F_{равн} = mg\sin\alpha - F_{тр} = mg\sin\alpha - \mu N =$
$= mg\sin\alpha - mg\mu\cos\alpha$

Тогда $a = \frac{F_{равн}}{m} = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$

По ЗСЭ: $mgh = \frac{mv^2}{2} + A_{тр}$.

Видно, что $F_{трения} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$

Тогда $A_{трения} = F\cdot S = \mu mg(\cos\alpha\cdot\sqrt{h^2+b^2}) = \mu mg\cdot b$.

тогда $A_{тр} = mgh - \frac{mv^2}{2} = \mu mg \cdot b \Rightarrow b = \frac{h}{\mu} - \frac{v^2}{2\mu g} =$

$= \frac{h}{\mu} - \frac{p^2}{(mg\mu)^2 \cdot 2\mu g} = \frac{h}{\mu} - \frac{p^2}{2m^2 g^3 \mu^3}.$

Ответ: $\frac{h}{\mu} - \frac{p^2}{2m^2 g^3 \mu^3}.$