ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

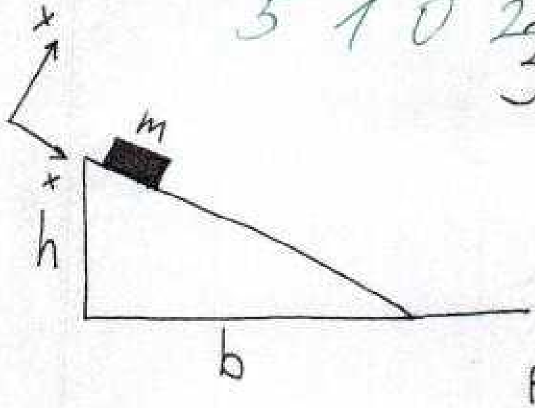
ШИФР 4 5 2 9 0

Класс 10 Вариант 4 Дата Олимпиады 03.02.18

Площадка написания УГИТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	~~2~~	1	0	2	5	5	~~15~~	пятнадцать	
	5	1	0	2	5	5	18	восемнадцать	

Задание №1



Дано:

h, P, μ, b

$A = FS \Rightarrow P = \frac{FS}{t} \Rightarrow P = F v$ (Если вектор силы сонаправлен с вектором скорости)

А значит сразу, после въезда на горизонтальный участок:

$F_{тр} \cdot v_{кон} = P$

Где $F_{тр}$ - сила трения, $v_{кон}$ - скорость сразу после въезда на горизонтальную поверхность

Найдем $v_{кон}$:

Запишем закон сохранения энергии для этой системы, обозначив длину пути тела по наклонной плоскости, как L

$$E_п = E_к + Q$$

$$mgh = \frac{m v_{кон}^2}{2} + F_{тр} \cdot L$$

$$mgh = \frac{m v_{кон}^2}{2} + mg \cdot \cos\alpha \cdot \mu \cdot L$$

Заметим, что $b = L\cos\alpha$:

$$mgh = \frac{m v_{кон}^2}{2} + mg\mu \cdot b$$

Выразим $v_{кон}$

$$2gh = v_{кон}^2 + 2g\mu b$$

$$v_{кон} = \sqrt{2gh - 2g\mu b} = \sqrt{2g(h-\mu b)}$$

Подставим в уравнение $F_{тр} \cdot v_{кон} = P$, и вычислим b

$$F_{тр} \cdot v_{кон} = P$$

$$F_{тр} \cdot \sqrt{2g(h-\mu b)} = P$$

$$mg\mu \cdot \sqrt{2g(h-\mu b)} = P$$

$$\sqrt{2g(h-\mu b)} = \frac{P}{mg\mu}$$

$$2g(h-\mu b) = \left(\frac{P}{mg\mu}\right)^2$$

$$h - \mu b = \frac{P^2}{2m^2g^3\mu^2}$$

$$b = \frac{h - \frac{P^2}{2m^2g^3\mu^2}}{\mu}$$

2

Ответ: $b = \dfrac{h - \dfrac{P^2}{2m^2g^3\mu^2}}{\mu}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

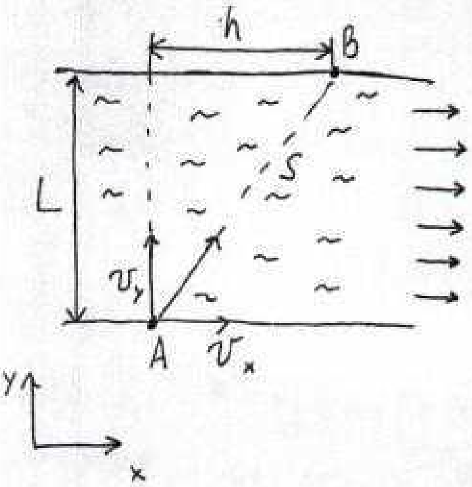
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР

Задание №2

Дано: $L = 400$ м
$h = 300$ м
$u = 2$ км/ч $= \frac{5}{9}$ м/с

Чтобы двигаться с минимальной, относительно течения, скоростью, вектор абсолютной скорости лодки должен быть направлен из точки A в точку B.



Заметим, что:

$$\frac{h}{L} = \frac{v_x}{v_y}$$

Если скорость относительно течения будет минимальной, то $v_x = v_{теч} = u$, а v_y – скорость лодки относительно реки

$$\frac{h}{L} = \frac{u}{v_y} \Rightarrow v_y = u\frac{L}{h}$$

Абсолютная скорость лодки $v_{абс}$, равна

$$v_{абс} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{u^2 + u^2\frac{L^2}{h^2}} = u\sqrt{1+\frac{L^2}{h^2}}$$

А расстояние, которое нужно пройти:

$$S = \sqrt{L^2+h^2}$$

А значит

$$t = \frac{S}{v_{абс}} = \frac{\sqrt{L^2+h^2}}{u\sqrt{1+\frac{L^2}{h^2}}} = \frac{\sqrt{(400м)^2+(300м)^2}}{\frac{5}{9}м/с\cdot\sqrt{1+\frac{(400м)^2}{(300м)^2}}} = 540с$$

1

Ответ: $t = \frac{\sqrt{L^2+h^2}}{u\sqrt{1+\frac{L^2}{h^2}}} = 540с$

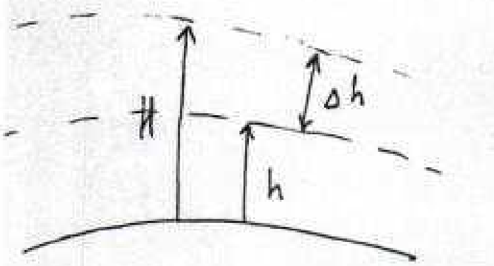
ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(a\cdot b)c = a(b\cdot c)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР

Задание №3



Запишем закон сохранения энергии для этой системы:

$$E_{п1} = E_{п2} + Q$$

0

$$-G\frac{m\cdot M_з}{R+H} = -G\frac{m\cdot M_з}{R+H-\Delta h} + Q$$

(Если принят потенциальную энергию на бесконечности равной нулю)

Выразим Δh

$$G m M_з\left(\frac{1}{R+H-\Delta h} - \frac{1}{R+H}\right) = Q$$

$$\frac{1}{R+H-\Delta h} - \frac{1}{R+H} = \frac{Q}{G m M_з}$$

$$\frac{1}{R+H-\Delta h} = \frac{Q}{G m M_з} + \frac{1}{R+H}$$

$$R+H-\Delta h = \frac{1}{\frac{Q}{G m M_з} + \frac{1}{R+H}}$$

$$\Delta h = R+H - \frac{1}{\frac{Q}{G m M_з} + \frac{1}{R+H}}$$

$$G\frac{m M_з}{R+H-\Delta h} = G\frac{m\cdot M_з}{R+M} + Q$$

$$\frac{1}{R+H-\Delta h} = \frac{1}{R+H} + \frac{Q}{G m M_з}$$

$$\frac{1}{R+H-\Delta h} = \frac{G m M_з + Q(R+H)}{G m M_з (R+H)}$$

$$R+H-\Delta h = \frac{G m M_з (R+H)}{G m M_з + Q(R+H)}$$

$$\Delta h = R+H - \frac{G m M_з (R+H)}{G m M_з + Q(R+H)}$$

$$= 64\cdot 10^5 м + 2\cdot 10^5 м - \frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{Н\cdot м^2}{кг^2}\cdot 500кг\cdot 6\cdot 10^{24}кг\cdot(64\cdot 10^5 м + 2\cdot 10}{6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{Н\cdot м^2}{кг}\cdot 500кг\cdot 6\cdot 10^{24}кг + 2\cdot 10^7 Дж\cdot(64\cdot 10 + 2}$$

$$\approx 4251 м$$

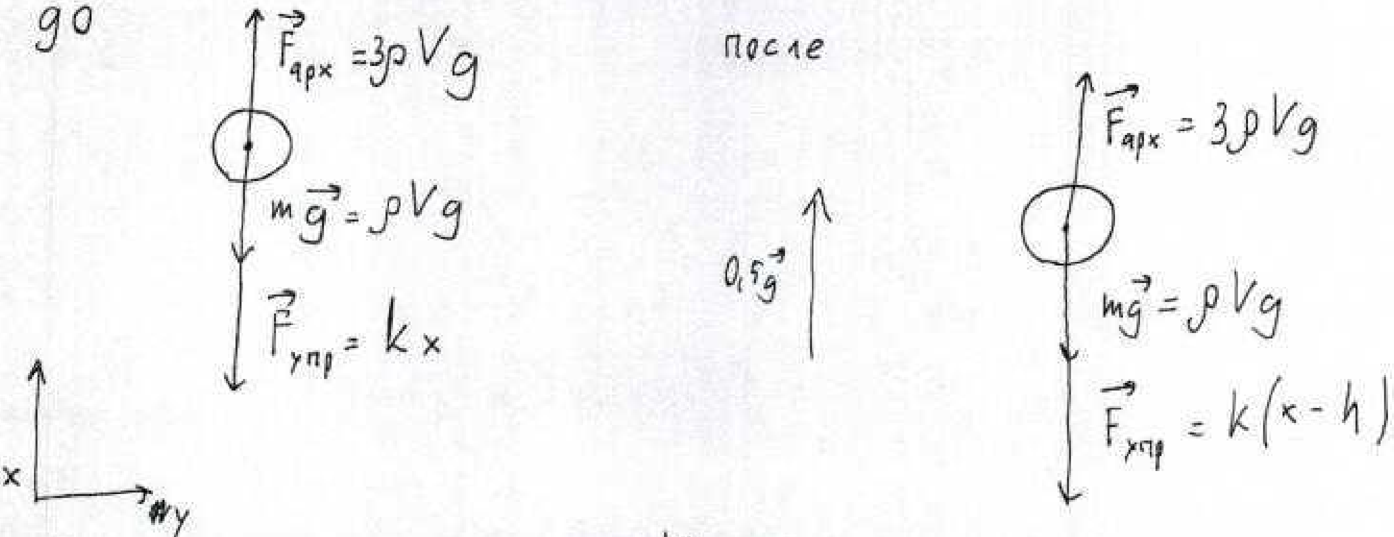
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР

Ответ: $$\Delta h = R+H - \frac{G m M_З (R+H)}{G m M_З + Q(R+H)} =$$

$$= R+H - \frac{mgR^2(R+H)}{mgR^2+Q(R+H)} \quad \left(g = G\frac{M_З}{R^2}\right) \approx 4251 м \; ?$$

Задание №4



Запишем второй закон Ньютона для случая до и случая после:
(В проекции на ось x, см. рисунок

до:

$$3\rho V g - \rho V g - kx = 0$$
$$2\rho V g = kx$$

после:

$$3\rho V g - \rho V g - k(x-h) = \tfrac{1}{2}\rho V g$$
$$2\rho V g - k(x-h) = \tfrac{1}{2}\rho V g$$
$$k(x-h) = 1{,}5\rho V g$$

Найдем h

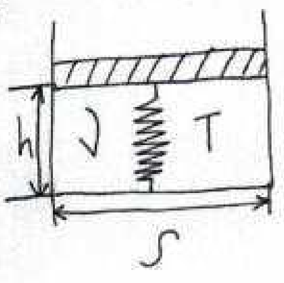
$$\left.\begin{aligned} kx - kh &= 1{,}5\rho V g \\ kx &= 2\rho V g \end{aligned}\right\} \Rightarrow 2\rho V g - kh = 1{,}5\rho V g$$
$$kh = \tfrac{1}{2}\rho V g$$

$$h = \frac{\rho V g}{2k}$$

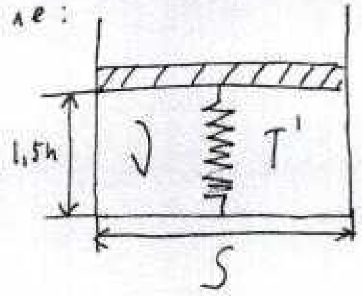
Ответ: сместится вниз на $h = \frac{\rho V g}{2k}$ (2)

Задание №5

до:



после:



до:

$$P_1 V_1 = \nu R T$$

$$P_1 = \frac{\nu R T}{hS}$$

после:

$$P_2 V_2 = \nu R T'$$

$$P_2 = \frac{\nu R T'}{\frac{3}{2} hS}$$

Разница сил, действующих на перегородку со стороны пружины в первом и втором случаях:

$$\Delta F_{упр} = k\,\Delta x = k(h_2 - h_1) = k \cdot \tfrac{1}{2}h = \tfrac{1}{2} kh$$

Её должно компенсировать давление ~~газа~~ изнутри. Найдем разницу сил давления газа:

$$\Delta F_{gas} = (P_2 - P_1)\cdot S = \left(\frac{\nu R}{hS}\left(\tfrac{2}{3}T' - T\right)\right)\cdot S = \frac{\nu R}{h}\left(\tfrac{2}{3}T' - T\right)$$

Силы должны быть скомпенсированы. Выражаем T'

$$\tfrac{1}{2}kh = \frac{\nu R}{h}\left(\tfrac{2}{3}T' - T\right)$$

$$\frac{kh^2}{2\nu R} = \tfrac{2}{3}T' - T$$

$$\frac{kh^2}{2\nu R} + T = \tfrac{2}{3}T'$$

$$T' = \frac{3kh^2}{4\nu R} + \tfrac{3}{2}T$$

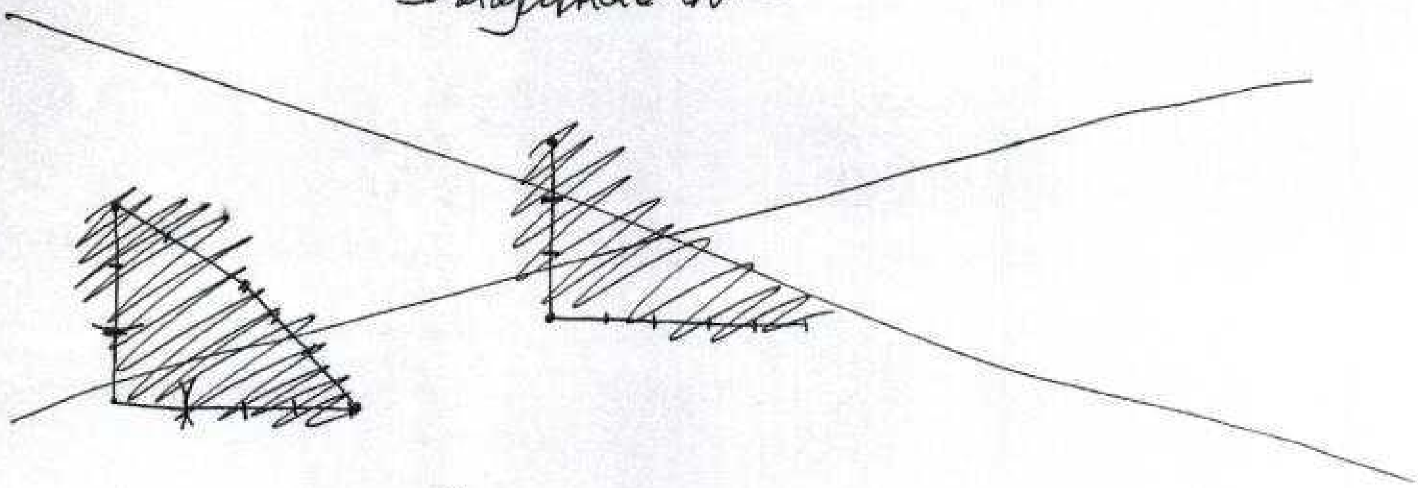
Ответ: $T' = \frac{3kh^2}{4\nu R} + \frac{3}{2}T$ (5)

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

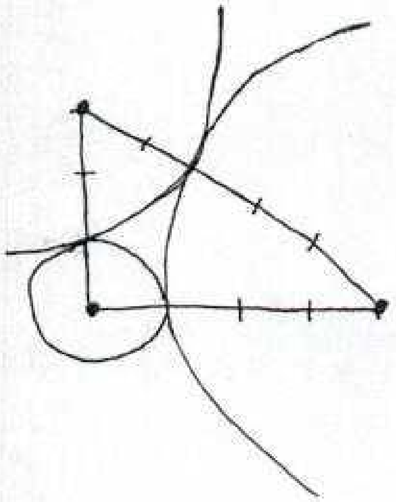
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР

~~Задание №6~~

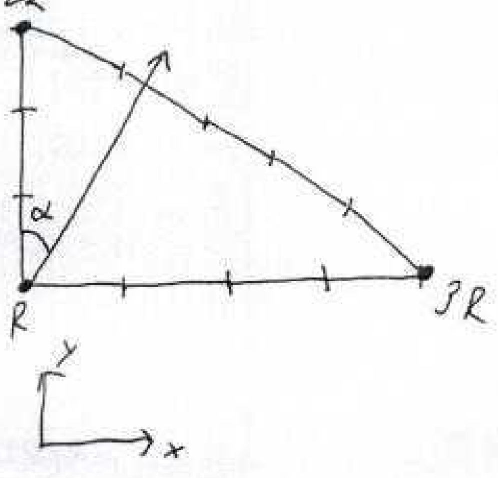


Задание №6



Заметим, что при столкновении, радиусы шаров образуют прямоугольный треугольник (3R; 4R; 5R), а значит, при столкновении, сила, направленная к шару с радиусом 2R, и сила, направленная к шару с радиусом 3R будут перпендикулярны.

Ввиду перпендикулярности сил, импульсы шаров 2R и 3R тоже будут перпендикулярны. Это позволяет нам выразить импульсы этих шаров через импульс шара R, зная угол α



$$p_{2R} = mv\cos\alpha$$

$$p_{3R} = mv\sin\alpha$$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР

~~Найдем скорость v_2 шара радиуса 2R после удара~~

~~$v_2 = \frac{P_{2R}}{m} = v\cos\alpha = v\sqrt{\frac{1}{1+tg^2\alpha}} = \frac{15}{17}v$~~

~~Сначала внутренняя энергия шара радиусом 2R равна~~

Найдем скорость v_2 шара радиуса 2R после удара

$$v_2 = \frac{P_{2R}}{m} = v\cos\alpha = v\sqrt{\frac{1}{1+tg^2\alpha}} = \frac{15}{17}v \quad +$$

Изменение внутренней энергии шаров будет равно нулю, так как вся ~~энергия~~ кинетическая энергия шара радиуса R уйдет на кинетическую энергию шаров радиусами 2R и 3R.

Док-во:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m(v\sin\alpha)^2}{2} + \frac{m(v\cos\alpha)^2}{2} \quad \left(v_{3R} = \frac{P_{3R}}{m} = v\sin\alpha\right)$$

$v^2 = v^2\sin^2\alpha + v^2\cos^2\alpha$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

(Основное тригонометрическое тождество)

5

~~Ответ:~~

~~$v_2 = \frac{15}{17}v$~~

~~$\Delta Q = 0$~~

~~Изменение же кинетическая (не внутренней) энергии второго шара будет равна~~ $\frac{2R}{m}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР

Ответ: $v_2 = \frac{15}{17} v$

$\Delta Q = 0$

45290

№1

Все верно, балл повышен.

02.04.19

(Башкин С.В)

ЦЕНТР
ДОВУЗОВСКОЙ
ПОДГОТОВКИ