

Класс 9 Вариант 11 Дата Олимпиады 9.02.2019

Площадка написания СПБ ГМУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись	
											Цифрой	Прописью		
Оценка	5	10	6	18	12	17						68	шестьдесят восемь	<i>[Signature]</i>

N1

$$A = \sqrt{2013 \cdot 2015 \cdot 2017 \cdot 2019 + 16}$$

$$\begin{aligned} n &= 2016 \\ 2013 &= n-3 \\ 2015 &= n-1 \\ 2017 &= n+1 \\ 2019 &= n+3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2016^2 &= 2016 \cdot 2000 + 2016 \cdot 10 + 2016 \cdot 6 = \\ &= 4032000 + 20160 + 12096 = \\ &= 4064256. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{(n-3)(n-1)(n+1)(n+3) + 16} = \sqrt{(n^2-9)(n^2-1) + 16} = \sqrt{n^4 - 9n^2 - n^2 + 9 + 16} = \\ &= \sqrt{(n^4 - 10n^2 + 25)} = \sqrt{(n^2 - 5)^2} = |n^2 - 5| \end{aligned}$$

$$2016^2 - 5 = 2016 \cdot 2016 - 5 = 4064256 - 5 = 4064251 \quad \text{Ответ: } 4064251.$$

N5

$$\begin{cases} x+y = a+1 \\ xy = a^2 - 7a + 16 \end{cases}$$

ⓐ Возведем в квадрат первое уравнение, а второе домножим на 2.

$$\begin{cases} (x^2 + 2xy + y^2) = a^2 + 2a + 1 \\ 2xy = 2a^2 - 14a + 32 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 2a^2 - 14a + 32 &= a^2 + 2a + 1 \\ x^2 + y^2 &= a^2 + 2a + 1 - 2a^2 + 14a - 32 \\ x^2 + y^2 &= -a^2 + 16a - 31 \end{aligned}$$

Значение $x^2 + y^2$ будет максимальное, когда $-a^2 + 16a - 31$ достигнет своей вершины, так как это парабола, то максимальное значение будет можно вычитать по формуле $-\frac{b}{2a}$. $-\frac{16}{2(-1)} = \frac{16}{2} = 8$ что равно?
 Ответ: максимальное значение $x^2 + y^2$ равно 8.

где проверяется, что $x, y, a \in \mathbb{R}$?

что равно?



$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$ $\frac{1}{n} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}$

№3

$x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$, предположим, что это равенство имеет решение, тогда левая часть либо должна разложиться на множители, либо один из делителей следующего числа (24) должен давать 0.

Сначала попробуем разложить:

$x^3(x-4) + 12x^2 - 48x + 24x + 24 = 0$

$x^3(x-4) + 12x(x-4) + 24(x+1) = 0$

$x(x-4)/(x^2+12) + 24(x+1) = 0$ отсюда видно, что это равенство не раскладывается на множители, следовательно оно не имеет решений

Теперь рассмотрим варианты делителей следующего числа $24 = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 8, \pm 12, \pm 24$.

Посмотрев на наше уравнение мы сразу можем упростить строгие делители, ведь во всех уравнениях будут сгруппироваться и они не равны 0, следовательно все \sum множителей не может быть равно 0. Теперь поставим конкретные

$x=1$
 $1 - 4 + 12 - 24 + 24 = 9$

$x=2$
 $16 - 32 + 12 \cdot 4 - 48 + 24 = 0$

$= -16 + 24 = 8$, дальше еще посмотреть на разложившее уравнение $x(x-4)(x^2+12) + 24(x+1) = 0$ два видно, что не один из множителей не даст ≤ 0 , следовательно уравнение не имеет решений. итд.

№2

Ⓘ Если стрелка часов показывает время 5, это значит что часная указывает на 5 часов, а минутная на 12 или 0. Посчитаем скорость часовой стрелки в градусах в час.

$\frac{360}{12} = 30^\circ$ - одно деление (от 12 до 1) $v_1 = 30^\circ/\text{час}$

Ⓙ $S = 5 \cdot 30^\circ = 150^\circ$ - расстояние между часовой и минутной стрелкой.

Ⓚ Посчитаем скорость минутной стрелки $v_2 = 360^\circ/\text{час}$

Ⓛ Найдем разницу скоростей Δv

$\Delta v = v_2 - v_1$
 $\Delta v = 360^\circ/\text{ч} - 30^\circ/\text{ч} = 330^\circ/\text{ч}$

Чтобы узнать время за которое минутная стрелка догонит часовую нужно $t = \frac{S}{\Delta v} = \frac{150}{330} = \frac{5}{11}$ часа. Ответ: $\frac{5}{11}$ часа.

