ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 4 | 6 | 1 | 9 |

Класс 11 **Вариант** 7 **Дата Олимпиады** 16.02

Площадка написания МАОУ СОШ N 53

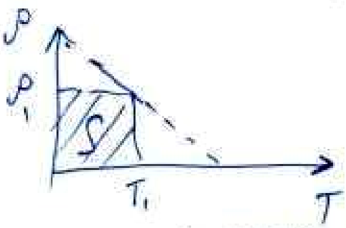
Задача	1	2	3	4	5	6	Σ 28		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	5	3	5	5	5	5	28	двадцать восемь	

Задача 1

Запишем привычное уравнение состояния $pV=\nu RT$ в ином виде.

$V=\frac{m}{\rho}$, $\nu=\frac{m}{M}$ => $p\frac{m}{\rho}=\frac{m}{M}RT$ => $p=\frac{\rho RT}{M}$, где ρ - плотность, M - молярная масса.

Как теперь можно заметить $P=F(\rho,T)$. Если объяснять полученное соотношение графически, то $P\sim S$, где S - площадь прямоугольника со сторонами ρ и T.



Однако ρ и T также связаны между собой соотношением, которое становится ясным из данного нам графика: $\rho=b-kT$, где b и k - некоторые константы. Подставим это соотношение в $P=\frac{\rho RT}{M}$:

$$P=(b-kT)\frac{R}{M}T=\frac{bRT}{M}-\frac{kRT^2}{M}.$$

P в точке $A=\frac{1}{4}P_{max}$ =>

=> нас интересует значение P_{max}. Мы теперь имеем $P=f(T)$ =>

=> можем взять производную по dT для установления T_1, которая соотв. P_{max}, и приравнять её к 0:

$$\frac{dP}{dT}=\frac{bR}{M}-\frac{2kRT}{M}=0 \Rightarrow \frac{bR}{M}=\frac{2kRT}{M} \Rightarrow T_1=\frac{b}{2k}$$

Определить отношение $\frac{b}{k}$ легко из графика, т.к. для этого достаточно рассмотреть точку $\rho=0$, $T=T_0$: $0=b-kT_0$ => $b=kT_0$ =>

=> $\frac{b}{k}=T_0$ => $T_1=\frac{T_0}{2}$ => $P_{max}=\frac{bRT_0}{2M}-\frac{kRT_0^2}{4M}$

Поделим полученное соотн. на k:

$$\frac{P_{max}}{k}=\frac{b}{k}\frac{RT_0}{2M}-\frac{RT_0^2}{4M}$$, но $\frac{b}{k}=T_0$ => $\frac{P_{max}}{k}=\frac{RT_0^2}{2M}-\frac{RT_0^2}{4M}=$

$$=\frac{RT_0^2}{4M}$$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 4 | 6 | 1 | 9 |

$$\frac{1}{4} P_{max} = \frac{bRT_A}{M} - \frac{kRT_A^2}{M} \quad \Big| :k$$

$$\frac{P_{max}}{4k} = \frac{RT_0T_A}{M} - \frac{RT_A^2}{M} \Rightarrow \frac{P_{max}}{k} = \frac{4RT_0T_A}{M} - 4\frac{RT_A^2}{M} \Rightarrow$$

$$4\frac{RT_0T_A}{M} - 4\frac{RT_A^2}{M} = \frac{RT_0^2}{4M} \quad \Big| \cdot \frac{4M}{R}$$

$$16T_0T_A - 16T_A^2 = T_0^2$$

$$16T_A^2 - 16T_0T_A + T_0^2 = 0$$

Из данного уравнения легко определяем T_A:

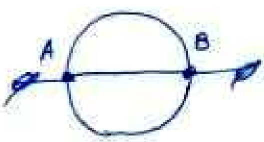
$$T_A = \frac{16T_0 \pm \sqrt{256T_0^2 - 64T_0^2}}{32} = \frac{16T_0 \pm T_0\sqrt{192}}{32} = \frac{16T_0 \pm 8\sqrt{3}T_0}{32}$$

Значение $\frac{16T_0 + 8\sqrt{3}T_0}{32}$ является посторонним, т.к. $T_A < T_0$ (из графика!)

$$\Rightarrow T_A = \frac{16T_0 - 8\sqrt{3}T_0}{32} = T_0\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$$

Ответ: $T_0\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$

Задача 3



Рассчитаем мощность P_1, вырабатываемую вместе с перемычкой. Т.к. все 3 проводника подключены параллельно $\Rightarrow P_{общ} = P_1 + P_2 + P_3$

$P = \frac{U^2}{R}$, а на все эл-ты подаётся одинаковое напряжение. $R_{дуги} = \frac{2\rho \cdot \pi r}{S}$, где ρ - удельное сопр. перемычки, а r - радиус кольца

$$R_{перем} = \frac{\rho \cdot 2r}{S}$$

$$P_1 = 2P_{дуги} + P_{перем} = \frac{SU^2}{2\rho\pi r} \cdot 2 + \frac{SU^2}{\rho 2r} = \frac{SU^2}{\rho\pi r} + \frac{SU^2}{\rho 2r}$$

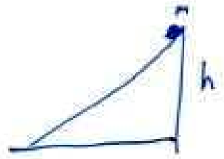
Теперь определим P_2, вырабатываемое после удаления перемычки.

$$P_2 = 2P_{дуги} = \frac{SU^2}{2\rho\pi r} \cdot 2 = \frac{SU^2}{\rho\pi r}$$

$$\frac{P_1 - P_2}{P_1} \cdot 100\% = \frac{SU^2/\rho 2r}{\frac{SU^2}{\rho\pi r} + \frac{SU^2}{\rho 2r}} \cdot 100\% = 100\% \cdot \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\pi} + \frac{1}{2}} = \frac{\pi}{2+\pi} \cdot 100\% = \frac{3{,}14}{5{,}14} \cdot 100\% \approx 61\%$$

Ответ: 61%

Задача 4



В то время как тело съезжает, на него действуют лишь сила тяжести и сила реакции опоры. Однако сила реакции опоры действует $\perp$ перемещению $\Rightarrow$ работы не совершает.

$A_{F_{тяж}} = \cancel{g}ghm$. Эта работа идет на увеличение E_k. $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{mV^2}{2} = mgh$ (в конце горки). Работа силы трения идёт на уменьшение $E_k \Rightarrow \mu mgL = \frac{mV^2}{2}$. Тогда имеем $\cancel{g}ghm = \mu mgL \Rightarrow h = \mu L \Rightarrow \mu = \frac{h}{L}$

Ответ: $\frac{h}{L}$

+

Задача 5

Из теории малых гармонических колебаний известно, что при малых гарм.-х колебаниях на тело действует сила $F = -kx$, где x – смещение от положения равновесия. При максимальном отклонении от положения равновесия $E_k = 0$, $E_n = W$, где W – общая энергия колебаний. Имеем x_m – максимальное отклонение (амплитуда)

$$\begin{cases} F_m = kx_m \\ E_n = W \end{cases}$$

Также известно, что при малых гарм.-х колебаниях $E_n = \frac{kx^2}{2}$. Тогда имеем

$$\begin{cases} F_m = kx_m \\ \frac{kx_m^2}{2} = W \end{cases} \Rightarrow \frac{F_m x_m}{2} = W \Rightarrow x_m = \frac{2W}{F_m}$$

$$x_m = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-5}}{4,5 \cdot 10^{-3}} = \frac{10^{-4}}{\frac{9}{2} \cdot 10^{-3}} = \frac{2}{9} \cdot 10^{-1} \text{ м} \approx 0,02 \text{ м}$$

Ответ: 0,02 м

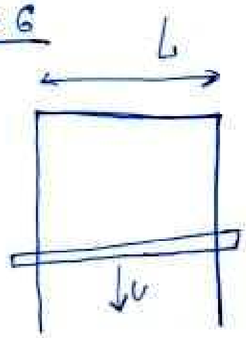
+

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

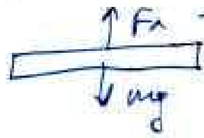
Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 4 | 6 | 1 | 9 |

Задача 6



Рассмотрим силы, действующие на балку



Т.к. $V = const$ => имеет место равенство

$$F_Л = mg \Rightarrow IBL = mg$$

Найдем силу тока I в цепи $I = \frac{U}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R}$

$$\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{B\,dS}{dt} = \frac{BL\,dx}{dt} = BLV \Rightarrow I = \frac{BLV}{R}$$

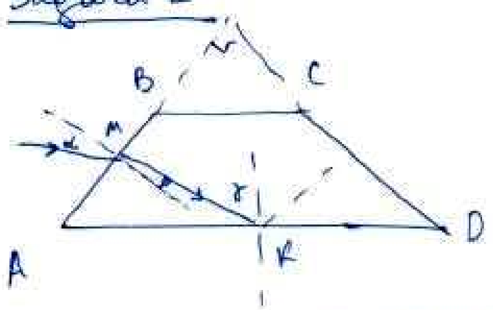
$$\frac{BLV}{R} \cdot BL = mg \Rightarrow \frac{B^2L^2V}{mg} = R$$

$$R = \frac{(10^{-2})^2 \cdot (0{,}5)^2 \cdot 1}{0{,}001 \cdot 10} = \frac{10^{-4} \cdot 0{,}25}{10^{-3}} = 0{,}025 \text{ Ом}$$

+

Ответ: 0,025 Ом

Задача 2



Луч, парал-й основанию, падает под углом α. Т.к. Трапеция р/б и боковые стороны перпендикулярные => углы при осн = 45°.

Т.к. луч ‖ осн => $\alpha = 45°$. Пусть β - угол преломления. Тогда $\sin\alpha = n \sin\beta$

Преломленный луч падает на основание под углом γ и полностью отражается => $n \cdot \sin\gamma = 1$

$\angle MKA = 90 - \gamma$ и в то же время из $\triangle MAK$: $\angle MKA = 180 - 45 - 90 - \beta = 45 - \beta$

$$90 - \gamma = 45 - \beta \Rightarrow \beta + 45 = \gamma \Rightarrow \begin{cases} n \cdot \sin(\beta + 45) = 1 \\ n \sin\beta = \sin 45 \end{cases} \Rightarrow$$

Т-ма синусов

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\beta \cos 45 + \cos\beta \sin 45 = \frac{1}{n} \\ \sin\beta = \frac{1}{\sqrt{2}\, n} \end{cases} \Rightarrow \cos\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{2n^2}} = \sqrt{\frac{2n^2 - 1}{2n^2}}$$

+

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | 3 | 4 | 6 | 1 | 9 |

$\sin\beta\cos 45 + \cos\beta \cdot \sin 45 = \frac{1}{n}$

$\cos\beta = \sqrt{\frac{2n^2-1}{2n^2}}$

$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{2}\cdot n}$

$\Rightarrow$ $\frac{1}{\sqrt{2}n}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{2n^2-1}{2n^2}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{n}$

$\frac{1}{2n} + \frac{\sqrt{2n^2-1}}{2n} = \frac{1}{n} \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 + \sqrt{2n^2-1} = 2$

$\sqrt{2n^2-1} = 1 \Rightarrow 2n^2 - 1 = 1$

Ответ