ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 5 4 5 6

Класс 10 **Вариант** 32 **Дата Олимпиады** 09.02.2019

Площадка написания СВФУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	10	—	20	20	10					65	шестьдесят пять	

Задание 1

Пусть x, y, z - участки дороги, соответствующие подъему в гору, ровному месту, спуску с горы, тогда $\frac{x}{4}+\frac{y}{5}+\frac{z}{6}+\frac{z}{4}+\frac{y}{5}+\frac{x}{6}$ - время, за которое турист совершил поход. По условию задачи это время равно 3г 41мин (т.е $\frac{221}{60}$ г.), а расстояние AB равно 9 км.

$$\begin{cases} \frac{x}{4}+\frac{y}{5}+\frac{z}{6}+\frac{z}{4}+\frac{y}{5}+\frac{x}{6}=\frac{221}{60} \\ x+y+z=9 \end{cases} \quad | \cdot 60$$

$$\begin{cases} 15x+12y+10z+15z+12y+10x=221 \\ x+z=9-y \end{cases}$$

$$25(9-y)+24y=221$$

$$225-25y+24y=221$$

$$y=4 \text{ км.}$$

Ответ: 4 км.

Задание 5.

$$\left|\frac{4-|x|}{|x|-1}\right|=a \quad \Rightarrow \quad \text{ОДЗ: } a>0,\ x\neq 1;\ x\neq -1$$

Данное уравнение является равносильным двум другим:

I $\frac{4-|x|}{|x|-1}=a$

II $\frac{4-|x|}{|x|-1}=-a$

I уравнение

$$4-|x|=a(|x|-1)$$

$$4-|x|=a|x|-a$$

$$a|x|+|x|=4+a$$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 35456

$|x|(a+1)=4+a$

$|x|=\frac{4+a}{a+1} \Rightarrow x=\frac{4+a}{a+1}$

$x=\frac{-4-a}{a+1}$

$\Rightarrow \frac{4+a}{a+1}=\frac{-4-a}{a+1} \Rightarrow a=-4$

II уравнение

$4-|x|=-a(|x|-1)$

$4-|x|=a-a|x|$

$a|x|-|x|=a-4$

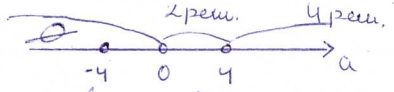
$|x|(a-1)=a-4$

$|x|=\frac{a-4}{a-1} \Rightarrow x=\frac{a-4}{a-1}$

$x=\frac{4-a}{a-1}$

$\Rightarrow \frac{a-4}{a-1}=\frac{4-a}{a-1} \Rightarrow a=4$

Об ведении значения a в числовую прямую.



$\begin{cases} a=-4 \\ a=4 \\ a>0 \end{cases}$ III кто ОДЗ $a>0$, то мы рассматриваем промежутки $(0;4)$ и $(4;+\infty)$

Подставляя числа из этих промежутков мы получаем, что при $a \in (0;4)$ уравнение имеет два решения, а при $a \in (4;+\infty)$ уравнение имеет четыре решения +

Ответ: $a \in (4;+\infty)$.

Задание 4

Пусть x - производительность I завода (причём $x \le 950$), тогда $0,95x$ - производительность II завода до реконструкции. По условию задачи $0,95x+0,23x$ - производительность II завода после реконструкции. (причем $0,95x+0,23x>1000$)

$\begin{cases} x \le 950 \\ 0,95x+0,23x>1000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \le 950 \\ 1,18x>1000 \end{cases} \Rightarrow 847\frac{27}{59}<x \le 950$

Так как каждый завод в сутки выпускает целое число машин, то x, $0,95x$, $0,23x$, $1,18x$ - целые числа $\Rightarrow$ X - такое число, при умножении на которое числа 0,95, 0,23, 1,18 дают число с нулями после запятой $\Rightarrow$ X - трёхзначное число, у которого ноль десятков и ноль единиц $\Rightarrow$ $x=900$

тогда $0,95x=0,95 \cdot 900=855$

Ответ: I завод - 900; II завод - 855. +

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 35456

Задание 2

$$A=(4\sqrt{3}^{1}+8)\left(\sqrt{3}^{1}(\sqrt{3}^{1}-2)+\frac{3-2\sqrt{3}^{1}}{\sqrt{3}^{1}}+\frac{\sqrt{3}^{1}-2}{\sqrt{3}^{1}}+\dots\right)=4(\sqrt{3}^{1}+2)\left(\sqrt{3}^{1}(\sqrt{3}^{1}-2)+(\sqrt{3}^{1}-2)+\frac{\sqrt{3}^{1}-2}{\sqrt{3}^{1}}+\dots\right)=$$

$$=4\cdot(3-4)\cdot\left(\sqrt{3}^{1}+1+\frac{1}{\sqrt{3}^{1}}+\dots\right).$$

Выражение $\sqrt{3}^{1}+1+\frac{1}{\sqrt{3}^{1}}$ - представляет собой бесконечно убывающую геометрическую прогрессию, где $b_1=\sqrt{3}^{1}$, $q=\frac{1}{\sqrt{3}^{1}}$ $\Rightarrow$ $A=-4\left(\frac{\sqrt{3}^{1}}{1-\frac{1}{\sqrt{3}^{1}}}\right)=\frac{-4\cdot\sqrt{3}^{1}\cdot\sqrt{3}^{1}}{\sqrt{3}^{1}-1}=\frac{-12}{\sqrt{3}^{1}-1}=$

$$=\frac{-12(\sqrt{3}^{1}+1)}{(\sqrt{3}^{1}-1)(\sqrt{3}^{1}+1)}=\frac{-12\sqrt{3}^{1}-12}{3-1}=\frac{-12(\sqrt{3}^{1}+1)}{2}=-6(\sqrt{3}^{1}+1)$$

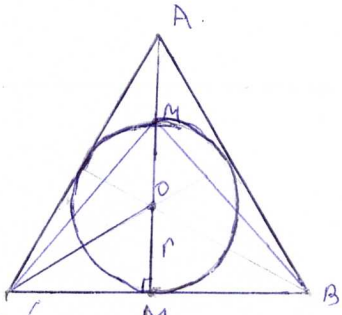
Ответ: $A=-6(\sqrt{3}^{1}+1)$ +

Задание 6.

Дано: $\triangle ABC$ - равносторонний, $OM=r$

Найти: $AM^2+BM^2+CM^2$

Решение



т.к. $\triangle ABC$ - равносторонний, то $\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ \Rightarrow OC=OB=OA=2r$ (т.к. радиус $\perp$ касательной и $\angle OCB=30^\circ \Rightarrow$ по теореме о катете напротив угла в 30°)

Рассмотрим несколько вариантов расположения точки M:

1) M лежит в точке пересечения окружности и касательной (т.е. любой стороны $\triangle$)

$AM=3r$, $CM=BM=r\sqrt{3}$ $\Rightarrow$ $AM^2+BM^2+CM^2=9r^2+5r^2+5r=19r^2$

2) M лежит в точке пересечения окружности и высоты

$AM=r$, $CM=BM=3r$ $\Rightarrow$

$AM^2+BM^2+CM^2=r^2+9r^2+9r^2=19r^2$

+

Из этого можно сделать вывод, что при любом расположении точки M на окружности сумма $AM^2+BM^2+CM^2=19r^2$

Ответ: $19r^2$