ГАЗПРОМ **ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ**

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 2 6 6 0

Класс 11 Вариант 42 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания ООО «Газпром добыча шельф Южно-Сахалинск" Газпром-класс

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	10	15	0	20	0	0	0	0	0	49	Сорок девять	[подпись]

№2.

$p(x) = A = 6x - x^2 \Rightarrow x^2 - 6x + A = 0 \quad \{x_1; x_2\}$

$q(x) = B = 24x - x^2 \Rightarrow x^2 - 24x + B = 0 \quad \{x_3; x_4\}$

x_1, x_2, x_3, x_4 – арифм. прогр с разностью $d \Rightarrow x_2 = x_1 + d$; $x_3 = x_1 + 2d$; $x_4 = x_1 + 3d$

По т. Виетта для $p(x)$ и $q(x)$

$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = A \end{cases}$ и $\begin{cases} x_3 + x_4 = 6 \\ x_3 \cdot x_4 = B \end{cases}$ Получаем систему $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = A \\ x_3 + x_4 = 24 \\ x_3 \cdot x_4 = B \end{cases} \xrightarrow{\text{подстав. знач.}} x_2, x_3, x_4$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x_1 + d = 6 \Rightarrow d = 6 - 2x_1 \\ x_1 \cdot (x_1 + d) = A \\ 2x_1 + 5d = 24 \Rightarrow d = \frac{24 - 2x_1}{5} \\ (x_1 + 2d)(x_1 + 3d) = B \end{cases}$

$6 - 2x_1 = \frac{24 - 2x_1}{5} \Rightarrow 30 - 10x_1 = 24 - 2x_1 \Rightarrow 8x_1 = 6 \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1 = \frac{3}{4}$; $d = 6 - \frac{6}{4} = \frac{18}{4} = 4{,}5$

$A = x_1 \cdot (x_1 + d) = \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{18}{4}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{21}{4} = \frac{63}{16} = 3\frac{15}{16}$

$B = (x_1 + 2d)(x_1 + 3d) = \left(\frac{3}{4} + \frac{36}{4}\right)\left(\frac{3}{4} + \frac{54}{4}\right) = \frac{39}{4} \cdot \frac{57}{4} = \frac{2223}{16} = 138\frac{15}{16}$

57×39: 513, 171, 2223

$2223 : 16 = 138$: 16, 62, 48, 143, 128, 15 (ост.)

Ответ: $A = 3\frac{15}{16}$; $B = 138\frac{15}{16}$

№ 1

$$A=\frac{\sqrt[3]{2(4+3x)+\sqrt{x}(12+x)}+\sqrt[3]{2(4+3x)-\sqrt{x}(12+x)}}{\sqrt[3]{26-15\sqrt{3}}-\sqrt[3]{26+15\sqrt{3}}}$$

числитель:

$\sqrt[3]{2(4+3x)+\sqrt{x}(12+x)}$ и $\sqrt[3]{2(4+3x)-\sqrt{x}(12+x)}$

$8+6x+12x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{3}{2}}$ $\quad$ $8+6x-12x^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{3}{2}}$

Пусть $x^{\frac{1}{2}}=t$

$t^3+6t^2+12t+8=$ $\quad$ $-t^3+6t^2-12t+8=-(t^3-6t^2+12t-8)=$

$=(t+2)^3$ $\quad$ $=-(t-2)^3$

$\sqrt[3]{(t+2)^3}+\sqrt[3]{-(t-2)^3}=t+2-t+2=4$

Знаменатель: Предположим, что под корнем такой же куб суммы и разности

$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a-b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2-b^3$

$15\sqrt{3}$ может получиться только если b кратно $\sqrt{3}$, значит:

$\begin{cases}a^3+3ab^2=26\\ b^3+3a^2b=15\sqrt{3}\end{cases}$ $\Rightarrow$ $b(b^2+3a^2)=15\sqrt{3}$, допустим, что $b=\sqrt{3}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow b^2+3a^2=15 \Rightarrow 3+3a^2=15 \Rightarrow a^2=4 \Rightarrow a=\pm 2$

$(2-\sqrt{3})^3=8-3\cdot4\cdot\sqrt{3}+3\cdot3\cdot2-3\sqrt{3}=26-15\sqrt{3}$

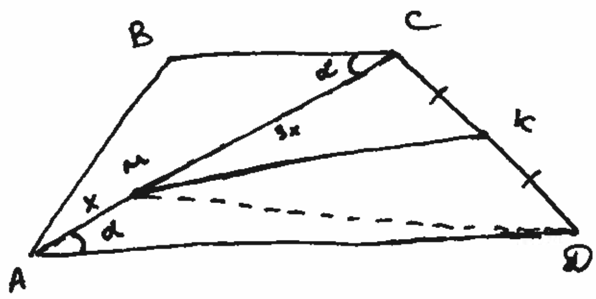
$(2+\sqrt{3})^3=26+15\sqrt{3}$

$\sqrt[3]{(2-\sqrt{3})^3}-\sqrt[3]{(2+\sqrt{3})^3}=2-\sqrt{3}-2+\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$

$A=\frac{2}{-2\sqrt{3}}=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

Ответ: $A=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

№ 5



Дано: $ABCD$ - трап.
AD и BC - основания
$3AM = MC$
$DK = KC$
$AD = 2BC$

Найти: $\frac{S_{\triangle MCK}}{S_{ABCD}}$ - ?

Решение: Рассмотрим $\triangle MDC$: MK - медиана $\Rightarrow$ делит $\triangle MDC$ на 2 равновел. тр. $\Rightarrow$
$\Rightarrow S_{\triangle MCK} = S_{\triangle MKD}$

Рассмотрим $\triangle ACD$ и $\triangle ACB$: $\angle CAD = \angle ACB$ (т.к. накр. леж. $AD \parallel BC$, AC - секущ.), обозначим их за α. ; $\frac{AD}{BC} = 2$

$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ACB}} = \frac{\frac{1}{2} AC \cdot AD \cdot \sin\alpha}{\frac{1}{2} BC \cdot AC \cdot \sin\alpha} = \frac{AD}{BC} = 2 \Rightarrow S_{\triangle ACD} = 2 \cdot S_{\triangle ACB}$ $\Big| \Rightarrow S_{ABCD} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle ACB} = 1{,}5 \cdot S_{\triangle ACD}$

Рассмотрим $\triangle ABC$ и $\triangle AMD$: у них есть равные углы ; $\frac{AC}{AM} = 4$ (усл.) $\frac{AD}{BC} = 2$

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC \cdot \sin\alpha = 2 \cdot AM \cdot BC \cdot \sin\alpha$
$S_{\triangle AMD} = \frac{1}{2} AM \cdot AD \cdot \sin\alpha = AM \cdot BC \cdot \sin\alpha$ $\Big| \Rightarrow S_{\triangle AMD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4} S_{\triangle ACD}$

$S_{\triangle ACD} = S_{\triangle MCK} + S_{\triangle MKD} + S_{\triangle AMD} = 2 \cdot S_{\triangle MCK} + \frac{1}{4} S_{\triangle ACD} \Rightarrow \frac{3}{4} S_{\triangle ACD} = 2 \cdot S_{\triangle MCK} \Rightarrow$
$\Rightarrow S_{\triangle ACD} = \frac{8}{3} S_{\triangle MCK}$

$S_{ABCD} = 1{,}5 \cdot S_{\triangle ACD} = \frac{3}{2} \cdot \frac{8}{3} \cdot S_{\triangle MCK} = 4 S_{\triangle MCK}$.

$\frac{S_{\triangle MCK}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{\triangle MCK}}{4 \cdot S_{\triangle MCK}} = \frac{1}{4}$

Ответ: $\frac{S_{\triangle MCK}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{4}$

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 2 6 6 0

№ 3

$y = 2\cos^2\frac{x}{2}$

$y' = 2 \cdot 2\cos\frac{x}{2} \cdot (-\sin\frac{x}{2}) \cdot \frac{1}{2} = -2\cos\frac{x}{2}\sin\frac{x}{2} = -\sin x$

$y'' = -\cos x$; $y''' = \sin x$; $y'''' = \cos x$; $y''''' = -\sin x$.

$y^{(1)}$ и $y^{(5)}$ равны, значит с возрастанием порядка можно заменить повторяющуюся часть.

Для $\forall n \in [0; +\infty)$

$y^{(4n+1)} = -\sin x$

$y^{(4n+2)} = -\cos x$

$y^{(4n+3)} = \sin x$

$y^{(4n+4)} = \cos x$

2018 | 4

20 | 504

18

16

2 (ост)

$\Rightarrow y^{(2018)} = y^{(4n+2)}_{(n=504)} = -\cos x$

Ответ: $y^{(2018)} = -\cos x$