ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 5 5 8

Класс 11 **Вариант** 42 **Дата Олимпиады** 09.02.19

Площадка написания г. Москва МБОУ Гимназия №8

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	0	10	15	10	20	30	85	Восемьдесят пять	[signature]

Задание 2.

x_1 и x_2 - корни уравнения $p(x)=A$, x_3 и x_4 - корни уравнения $q(x)=B$

x_1, x_2, x_3, x_4 - арифметическая прогрессия

Пусть d - разность прогрессии

$x_2 = x_1+d$
$x_3 = x_1+2d$
$x_4 = x_1-3d$

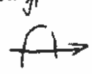
Т.к. $p(x_1)=p(x_2)$, $q(x_3)=q(x_4)$, то $x_1+\frac{d}{2}=x_{0_1}$
$x_3+\frac{d}{2}=x_{0_2}$

$p(x)=6x-x^2$ - квадратичная ф-ия, график - парабола, ветви направлены вниз.

вершина параболы $x_0=-\frac{b}{2a}=3$, тогда

$x_1+\frac{d}{2}=3$

$q(x)=24x-x^2$ - квадратичная ф-ия, график - парабола, ветви направлены вниз



Т.к. $x_0=-\frac{b}{2a}=12$, тогда

$x_3+\frac{d}{2}=12$ или $x_1+2d+\frac{d}{2}=12$

$$\begin{cases} x_1+\frac{d}{2}=3 \\ x_1+2d+\frac{d}{2}=12 \end{cases}$$

$3+2d=12$

$d=4,5$

$$\begin{cases} d=4,5 \\ x_1=3-2,25;\ x=0,75 \end{cases}$$

$x_1=0,75$
$x_2=5,25$
$x_3=9,75$
$x_4=14,25$

$$\begin{array}{r} \times\ 5,25 \\ 0,75 \\ \hline 2625 \\ 3675 \\ \hline 3,9375 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 14,25 \\ 9,75 \\ \hline 7125 \\ 9975 \\ 12825 \\ \hline 138,9375 \end{array}$$

$A=0,75\cdot(6-0,75)=5,25\cdot0,75=3,9375$

$B=9,75\cdot(24-9,75)=9,75\cdot14,25=138,9375$

Ответ: $A=3,9375$ $B=138,9375$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 5 5 8

Задание 3

$y = 2\cos^2\frac{x}{2}$

$y = 1+\cos x$

$y' = -\sin x$

$y'' = -\cos x$

$y''' = \sin x$

$y'''' = \cos x$

$2018 \,|\, 4$
$20 \quad 504$
18
16
2

$504 \times 4 = 2016$ $\Rightarrow$

$y^{(2016)} = \cos x$

$y^{(2017)} = -\sin x$

$y^{(2018)} = -\cos x$

Ответ $y^{(2018)} = -\cos x$

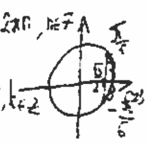
Задание 4

$$\sqrt{\cos\frac{x}{2013}-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\cos\frac{x}{2013}+\cos x-\sqrt{3}} - \sqrt{\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

ОДЗ:
$$\begin{cases}\cos\frac{x}{2013} \geq \frac{\sqrt{3}}{2}\\ \cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$$

$2019 \,|\, 6$
$18 \quad 336,5$
21
18
39
36
30
30
0

$$\begin{cases}-\frac{\pi}{6}+2\pi n \leq \frac{x}{2013} \leq \frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z\\ -\frac{\pi}{6}+2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{6}+2\pi k, k\in Z\end{cases}$$



$\frac{x}{2013}$

$$\begin{cases}-\frac{2013\pi}{6}+4038\pi n \leq x \leq \frac{2013\pi}{6}+4038\pi n, n\in Z\\ -\frac{\pi}{6}+2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{6}+2\pi k, k\in Z\end{cases} \Rightarrow -\frac{\pi}{6}+2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{6}+2\pi k, k\in Z$$

$$\sqrt{\cos\frac{x}{2013}-\frac{\sqrt{3}}{2}} + \sqrt{\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\cos\frac{x}{2013}+\cos x-\sqrt{3}}$$

/ Обе части неотриц. возв. в квадрат

$$\cos\frac{x}{2013}-\frac{\sqrt{3}}{2}+\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}+2\sqrt{\left(\cos\frac{x}{2013}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \cos\frac{x}{2013}+\cos x-\sqrt{3}$$

$$2\sqrt{\left(\cos\frac{x}{2013}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\cos x-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = 0$$

ШИФР 3 7 5 5 8

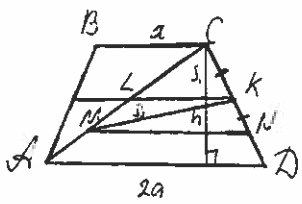
$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \cos\frac{x}{2019} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array}\right. \\ -\frac{\pi}{6} + 2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z \end{cases}$$

$$\left[\begin{array}{l} x = \pm \frac{2019\pi}{5} + 4038\pi n,\ n \in Z \\ x = \pm \frac{\pi}{5} + 2\pi n,\ n \in Z \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow x = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$$

Ответ. $x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$

Задание 5



$CK = KD$

$3AM = MC$

Из $\triangle ACD$ и $\triangle ALCK$

$LK \parallel AD$

$\angle A = \angle L$

$\angle C$ - общий

$\triangle ACD \sim \triangle LCK$ по 2м углам

$k = \frac{2}{1}$, LK - средняя линия $LK = \frac{1}{2}AD = a$

$h_1 = \frac{1}{2}h$

~~Сотв~~ Аналогично $\triangle MCN$ и $\triangle ACD$

$h_2 = \frac{3}{4}h$

$h_{MLN} = h_2 - h_1 = \frac{1}{4}h$

$S_1 = \frac{LK \cdot h_1}{} = \frac{ah}{4}$ $\quad S_{MCK} = S_1 + S_2 = \frac{3ah}{8}$

$S_2 = \frac{LK \cdot h_{MLN}}{2} = \frac{ah}{8}$

$S_{ABCD} = \frac{(2a+a)}{2}h = \frac{3a}{2}h$

$\frac{S_{MCK}}{S_{ABCD}} = \frac{3ah \cdot 2}{8 \cdot 3ah} = \frac{1}{4}$

Ответ. $\frac{S_{MCK}}{S_{ABCD}} = \frac{1}{4}$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 7 5 5 8

Задание 6

$$\begin{cases} x^{10}+y^{10}+z^{10}=1 \\ -2x^5+y^5+5z^5=\sqrt{315} \end{cases}$$

$x^{10}\geq 0$
$y^{10}\geq 0$ $\Rightarrow$ $-1\leq x^5\leq 1$
$z^{10}\geq 0$ $\quad$ $-1\leq y^5\leq 1$
$-1\leq z^5\leq 1$

$-2x^5+y^5+5z^5=\sqrt{315}$

Если взять $x=-1$, $y=1$, $z=1$ (max значение)

$2+1+5=\sqrt{315}$

$8\neq\sqrt{315}$

$64<315$ $\Rightarrow$ корней нет.