ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 39566

Класс 11 Вариант 21 Дата Олимпиады 21.02.2019

Площадка написания СЕНА

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	~~1~~9	3	20	20	30	—	—	—	—	87	восемьдесят семь	[illegible]

РАСЛЕВАЯ ИМПИАДА КОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 9 5 6 6

① $y = e^{-x}$ $y' = -e^{-x}$ $y'' = e^{-x}$ $y^{(3)} = -e^{-x}$ $y^{(4)} = e^{-x}$

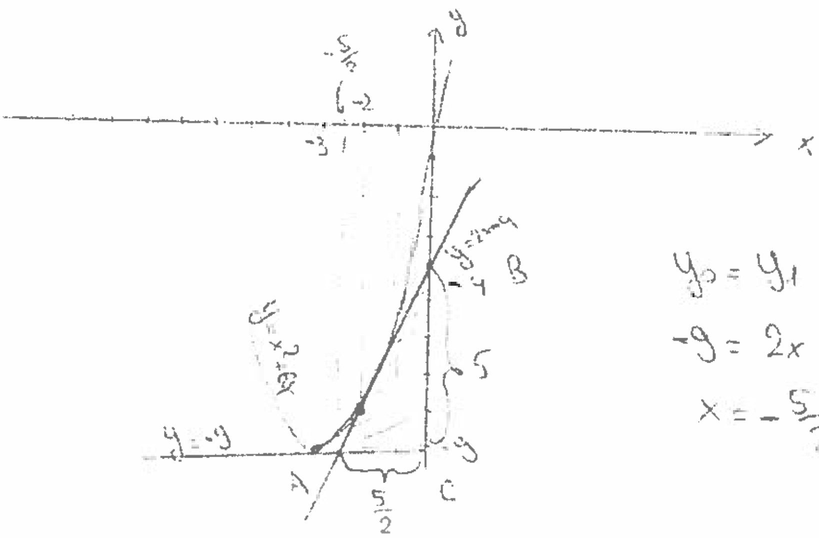
$\Rightarrow$ чётное + $\Rightarrow$ $y^{(2018)} = e^{-x}$ (+)

⑤ $y = 6x + x^2$ $y' = 2x + 6$ $\boxed{x_0 = -2}$

$2x_1 + 6 = 0 \Rightarrow \boxed{x_1 = -3}$

$y_{кас} = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ $y_0 = 2(x+2) - 8 = 2x - 4$

$y_1 = -9 = 0(x+3) - 9$



$y_0 = y_1$ $y_0(0) = -4$

$-9 = 2x - 4$

$x = -\frac{5}{2}$

$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot 5 = \frac{25}{4}$ (+)

2

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 39566

④ $\begin{cases} x^2\cdot\log_5(y-4)-2x^2 = \dfrac{3x\cdot\ln(y-4)}{\ln 125}-2x^3 \\ 2xy-8x = x^2(y-4)+1 \end{cases}$ $=\log_{5^3}(y-4)=\frac{1}{3}\log_5(y-4)$

ОДЗ: $y-4>0$
$y>4$

$x^2\cdot\log_5(y-4)-x\log_5(y-4)+2x^3-2x^2=0$

$x(x-1)(\log_5(y-4))+2x(x(x-1))=0$ $x=0$ подставим во 2

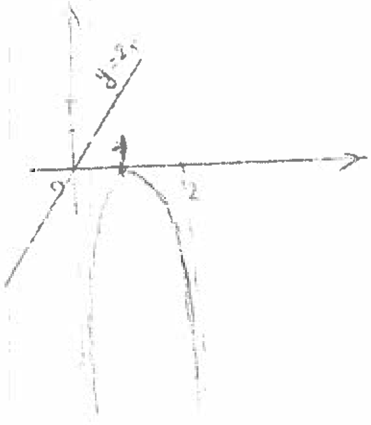
$0=1 \Rightarrow$ нет решений

$x=1 \Rightarrow 2y-8=y-4+1$ $y=5$ ⊕ $\boxed{1;5}$

$2xy-8x=x^2y-4x^2+1$ $y(x^2-2x)=4x^2-8x-1$ $y=\dfrac{4x^2-8x-1}{x^2-2x}$

$y-4=\dfrac{4x^2-8x-1-4x^2+8x}{x^2-2x}=\dfrac{1}{2x-x^2}$

$\log_5((2x-x^2)^{-1})=-2x$ $\log_5(2x-x^2)=2x$ $\boxed{\text{нет решений}}$



Ответ: 1;5 ⊕

7

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 9 5 6 6

(6) $\begin{cases} x^8+y^8+z^8=1 \\ x^4-2y^4+3z^4=\sqrt{42} \end{cases}$ $x^4=a$ $y^4=b$ $z^4=c$

$\begin{cases} a^2+b^2+c^2=1 \\ a-2b+3c-\sqrt{42}=0 \end{cases}$ В системе координат a,b,c 1 уравнение - сфера радиуса 1 с центром $(0;0;0)$

2 уравнение - уравнение плоскости α

Найдем расстояние от $O(0;0;0)$ до плоскости

$\rho = \frac{|0\cdot1-2\cdot0+3\cdot0-\sqrt{42}|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}} = \frac{\sqrt{42}}{\sqrt{14}} = \sqrt{3}$ $\rho(O,\alpha) > R$

т.к расстояние от центра сферы до плоскости больше радиуса, то система уравнений не имеет решений

Ответ: нет решений

+

(2) $A = \arcsin\frac{4}{5} + \arccos\frac{7}{25} + \operatorname{arctg}\frac{4}{3}$ (α, β, γ)

$\sin^2\gamma + \cos^2\gamma = 1$

$\operatorname{tg}^2\gamma + 1 = \frac{1}{\cos^2\gamma}$

$\cos\gamma = \sqrt{\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\gamma}}$

$\sin\gamma = \sqrt{\frac{\operatorname{tg}^2\gamma}{1+\operatorname{tg}^2\gamma}}$

$\sin A = \sin(\alpha+\beta+\gamma) = \sin(\alpha+\beta)\cdot\cos(\gamma) + \cos(\alpha+\beta)\cdot\sin\gamma =$

$= \cos\gamma\cdot(\sin\alpha\cdot\cos\beta + \sin\beta\cdot\cos\alpha) + \sin\gamma(-\sin\alpha\cdot\sin\beta + \cos\alpha\cdot\cos\beta)$

$\cos(\arcsin x) = \sqrt{1-\sin^2(\arcsin x)} = \sqrt{1-x^2}$ $\sin(\arccos x) = \sqrt{1-\cos^2(\arccos(x))} = \sqrt{1-x^2}$

$\sin(\arcsin(x)) = x$ $\cos(\arccos(x)) = x$ $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg}(x)) = x$

$\sin A = \sqrt{\frac{1}{1+\left(\frac{4}{3}\right)^2}}\cdot\left(\frac{4}{5}\cdot\frac{7}{25} + \sqrt{1-\left(\frac{7}{25}\right)^2}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}\right) + \sqrt{\frac{\left(\frac{4}{3}\right)^2}{1+\left(\frac{4}{3}\right)^2}}\cdot\left(\frac{7}{25}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2} - \sqrt{1-\left(\frac{7}{25}\right)^2}\cdot\frac{4}{5}\right)$

$\sin A = \frac{3}{5}\left(\frac{4\cdot7+24\cdot3}{5\cdot25}\right) + \frac{4}{5}\left(\frac{7\cdot3-4\cdot24}{5\cdot25}\right) = \frac{3\cdot100}{25\cdot25} - \frac{4(75)}{25\cdot25} = 0 \Rightarrow \boxed{A=0+\pi k}$ $k\in Z$

| продолжение на след. |

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ГАЗПРОМ

$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 3 9 5 6 6

$\alpha = \arcsin(\frac{4}{5})$ $\alpha \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

(2) $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$ т.к мы брали $\cos\alpha > 0$, $\sin\alpha > 0$

$B = \arccos(\frac{4}{25})$ $B \in [0; \pi]$, но $\sin B > 0$, $\cos B > 0$ $\Rightarrow B \in [0; \frac{\pi}{2}]$

$\gamma = \operatorname{arctg}(\frac{4}{3})$ $\gamma \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$, но $\sin B > 0$, $\cos B > 0$ $\Rightarrow \gamma \in [0; \frac{\pi}{2}]$

$\Rightarrow A = \alpha + B + \gamma = \pi k$ единственное целое $k = 1$

Ответ: $A = \pi$ ±

(3) наименьшее число деталей в партии, когда 1 бракованная

$$\begin{cases} \frac{x-1}{x} \le \frac{982}{1000} \\ \frac{x-1}{x} \ge \frac{952}{1000} \end{cases} \qquad \begin{cases} 18x \le 1000 \\ 48x \ge 1000 \end{cases} \qquad x \le \frac{1000}{18} = 5(5) = 55(5) < 56$$

$$x \ge \frac{1000}{48} > \frac{1000}{50} = 20$$

$$\begin{cases} x > 20 \\ x < 56 \end{cases}$$ минимальный $x = 21$

Проверка: $\frac{20}{21} = 0{,}9523\ldots$ входит в промежуток

$\frac{19}{20} = 0{,}95$ не входит в промежуток

$$\begin{array}{r|l} 20 & 21 \\ \hline -0 & 0{,}9523 \\ 200 & \\ 189 & \\ 110 & \\ 105 & \\ 50 & \\ 42 & \\ 80 & \end{array}$$

Ответ: 21 +

Z