ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | М | 1 | 1 | 2 | 1 |

Класс 11 Вариант 22 Дата Олимпиады 9.02.18

Площадка написания 204 ауд ТПУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	4	6	~~7~~ 15	20	0					50	пятьдесят	

①. $y = xe^x$;

$y' = (x')e^x + x(e^x)' = e^x + x\cdot e^x$.

$y'' = (e^x + x\cdot e^x)' = e^x + (xe^x)' = e^x + y' = e^x + e^x + x\cdot e^x = 2e^x + x\cdot e^x$

$y''' = (2e^x + x\cdot e^x)' = 2e^x + (x\cdot e^x)' = 2e^x + e^x + x\cdot e^x = 3e^x + x\cdot e^x$.

Т.о., можно заметить закономерность, что с увеличени[ем] порядка производной меняется лишь коэффициент перед e^x, это объясняется св-ми дифференцирования.

$\Rightarrow y^{(2019)} = 2019e^x + x\cdot e^x$. +

Ответ: $2019e^x + x\cdot e^x$

③. Пусть A - кол-во дет-лей, $x, A \in \mathbb{N}$

x - кол-во дет., соответствующих стандартам, $A > x$.

A - 100%

x - 97,3% - 98,4%.

$\cancel{\frac{100x}{98,4} \le A \le \frac{100x}{97,3}}$

$\frac{A\cdot 97,3}{100} \le x \le \frac{A\cdot 98,4}{100}$.

Если кол-во процентов имеет дробное знач-е, то A - не будет минимальным, т.к. необходимо ещё и избавляться от десятичной части, ибо $A, x \in \mathbb{N} \Rightarrow$ процент должен быть равен целому знач-ю, т.е. 9[8]

$x = \frac{A\cdot 98}{100} = \frac{A\cdot 49}{\cancel{100}50}$; $A_{наим} = 50$, тогда $x = 49$; равенств[о] $A > x$ - вып-ся, A и $x \in \mathbb{N}$

Ответ: 50.

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР М 1 1 2 1

5. $y=3x-x^2$

$y=-(x-1,5)^2+2,25$.

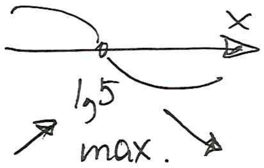
т.к. ф-ия квадратичная, то точка максимума будет иметь координаты $(1,5; 2,25)$.

По-другому:

$y'=3-2x$;

$y'>0$; $3-2x>0$

$x<\frac{3}{2}$;



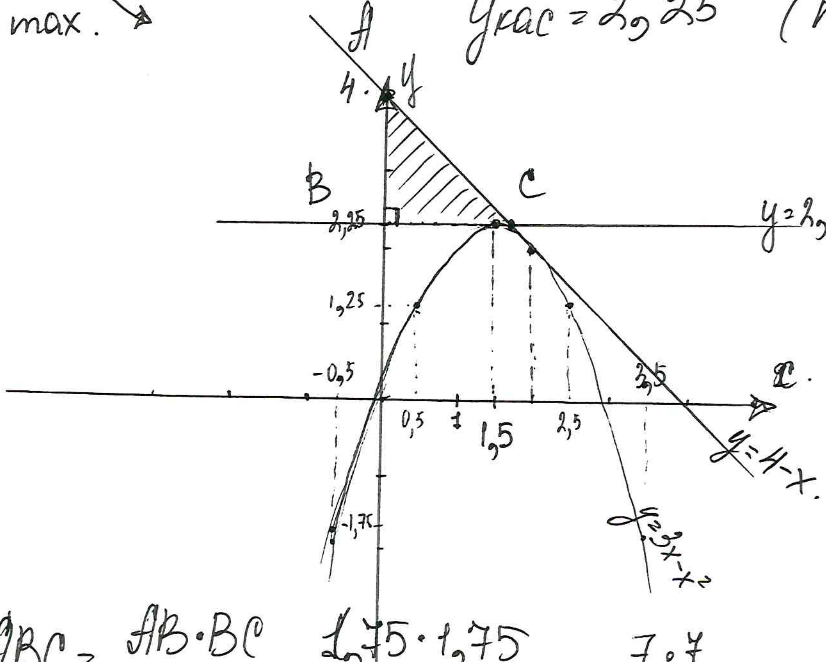
$y_{кас}=f(x_0)+f'(x_0)(x-x_0)$.

При $x_0=\cancel{1,5}$ 2

$y_{кас}=6-4-x+2=4-x$

При $x_0=1,5$.

$y_{кас}=2,25$ (парал-ая прямая Ox).



$y=4-x$.

$4-x=0$.

$x=4$. (точка пересеч $y=4-x$ и Oy)

$S_\triangle$ $4-x=2,25$.

$x=1,75$.

(точка пересеч-я $y=4-x$ и $y=2,25$)

$AB=4-2,25=1,75$.

$BC=1,75$.

$S_{\triangle ABC}=\frac{AB\cdot BC}{2}=\frac{1,75\cdot 1,75}{2}=\frac{7\cdot 7}{4\cdot 4\cdot 2}=\frac{49}{32}=1\frac{17}{32}$.

+

Ответ: $1\frac{17}{32}$.

ГАЗПРОМ
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(a\cdot b)c=a(b\cdot c)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР | M | 1 | 1 | 2 | 1 |

(4).
$$\begin{cases} x^2\cdot\log_3(y+7)+0{,}5x^3=\dfrac{6x^{2}\cdot\ln(y+7)}{\ln 27}+x^2; \\ 4xy+28x-3y-21=x^2(y+7)+1; \end{cases}$$

$$x^2\cdot\log_3(y+7)+0{,}5x^3=\frac{\cancel{6}^{2}x^{2}\cdot\ln(y+7)}{\cancel{3}\ln 3}+x^2;$$

$$x^2\cdot\log_3(y+7)+0{,}5x^3=2x^{2}\cdot\log_3(y+7)+x^2;$$

$$0{,}5x^3+(\log_3(y+7)-1)x^2-2x\log_3(y+7)=0;$$

$$x\left(0{,}5x^2+(\log_3(y+7)-1)x-2\log_3(y+7)\right)=0.;$$

Пусть $\log_3(y+7)=t$;

$$\left[\begin{array}{l} x=0; \\ x^2+2(t-1)x^2-4t=0; \end{array}\right.$$

$D_1=t^2-2t+1+4t=(t+1)^2.$

$x_1=-t+1-t-1=-2t;$

$x_2=-\cancel{t}+1+\cancel{t}+1=2;$

$\sqrt{D}=|t+1|$?

$$\left[\begin{array}{l} x_1=0; \\ x_2=-2t; \\ x_3=2; \end{array}\right.$$

?

$$\left[\begin{array}{l} x=0; \\ x=-2\log_3(y+7); \\ x=2; \end{array}\right.$$

$$4xy+28x-3y-21=x^2(y+7)+1;$$

$$4x(y+7)-3(y+7)=x^2(y+7)+1;$$

$$(y+7)(4x-3-x^2)=1;$$

$$(y+7)(x^2-4x+3)=-1;$$

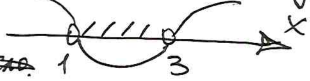
$$(y+7)(x-3)(x-1)=-1;$$

$$y+7=-\frac{1}{(x-3)(x-1)};$$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0\notin(1;3); \\ x=-2\log_3(y+7); \\ x=2; \end{array}\right. \\ (y+7)(x-3)(x-1)=-1 \end{cases}$$

~~$\notin(1;3)$, т.к. отриц. число~~

$(y+7)>0$ (по опред. log) $\Rightarrow (x-3)(x-1)<0$



$x\in(1;3)$.

$$\begin{cases} x=2 \\ (y+7)\cdot(-1)\cdot 1=-1. \end{cases}$$

$$-(y+7)=-1.$$

$$y+7=1$$

$$y=-6.$$

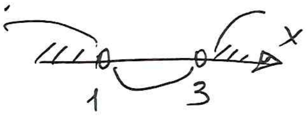
$$\boxed{\begin{matrix} x=2 \\ y=-6 \end{matrix}}.$$

$$\begin{cases} x=-2\log_3(y+7)=\log_3\left(\frac{1}{(y+7)^2}\right); \\ y+7=-\frac{1}{(x-3)(x-1)}=\frac{1}{(3-x)(x-1)}; \end{cases}$$

$$x=2\log_3((3-x)(x-1));$$

?

$$\begin{cases} \sqrt{3}^{x}=(3-x)(x-1). \\ (3-x)(x-1)>0 \end{cases}$$



$x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$, что противоречит условию, что $x\in(1;3)$. $\Rightarrow$ система реш-ия не имеет.

Ответ: $(2;-6)$.

② $A=\arcsin\frac{24}{25}+\arccos\frac{3}{5}+\operatorname{arctg}\frac{4}{3}$;

$\arcsin\frac{24}{25}=\arccos\left(\frac{1}{25}\right)$; ~~arc~~ Пусть $\operatorname{arctg}\frac{4}{3}=x$, тогда $\frac{\sin x}{\cos x}=\frac{4}{3}$; $\frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}=\frac{4}{3}$

берём со знаком „+", т.к. tga - положит.

$3\sqrt{1-\cos^2 x}=4\cos x$;

$9-9\cos^2 x=16\cos^2 x$;

$25\cos^2 x=9$;

$\cos x=\pm\frac{3}{5}$; $\cos x=\frac{3}{5}$, т.к. tga - положит.

1 случай

$$\begin{cases} \sin x>0 \\ \cos x>0 \end{cases}$$

$\operatorname{arctg}\frac{4}{3}=\arccos\frac{3}{5}$.

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР М 1 1 2 1

2 случай

$$\begin{cases} \sin x < 0 \\ \cos x < 0 \end{cases}$$

$$\frac{-\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x} = \frac{4}{3}.$$

$$-3\sqrt{1-\cos^2 x} = 4\cos x.$$

$$9 - 9\cos^2 x = 16\cos^2 x.$$

$$\cos x = -\frac{3}{5}.$$

$$\operatorname{arctg}\frac{4}{3} = \arccos\left(-\frac{3}{5}\right).$$

$$\cos A = \frac{1}{25} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{31}{25} \notin [-1;1] \text{ - неверно}.$$

$$\cos A = -\frac{1}{25} + \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{29}{25} \notin [-1;1] \text{ - неверно}.$$

$$\cos A = \frac{1}{25} + \cancel{\frac{3}{5}} - \cancel{\frac{3}{5}} = \frac{1}{25};$$

$$\cos A = -\frac{1}{25} + \cancel{\frac{3}{5}} - \cancel{\frac{3}{5}} = -\frac{1}{25};$$

Ответ: $A = \arccos\left(\pm\frac{1}{25}\right).$

6.
$$\begin{cases} x^4 + y^4 + z^4 = 1. \\ 2x^2 + 3y^2 + 4z^2 = \sqrt{30} \end{cases}$$

$$4x^4 + 9y^4 + 16z^4 + 12x^2y^2 + 16x^2z^2 + 24y^2z^2 = 30.$$

$$x < 1, y < 1, z < 1;$$

$$16 - 12x^4 - 7y^4 + 12x^2y^2 + 16x^2z^2 + 24y^2z^2 = 30.$$

$$12x^2(y^2 - x^2) - y^2(24z^2 - 7y^2) + 16(x^2z^2 + 1) = 30.$$

$$12x^2(y-x)(y+x) - y^2(2\sqrt{6}z - y\sqrt{7})(2\sqrt{6}z + y\sqrt{7}) + 16(x^2z^2 + 1) = 30.$$