ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 1289

Класс 11 **Вариант** 7 **Дата Олимпиады** 19.02.2017

Площадка написания МГТУ им. Н.Э. Баумана

Задача	1	2	3	4	5	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	4	10	10	5	—	29	двадцать девять	

Задача 3. +

Дано:
L
$\Gamma_1 = m\Gamma_2$

$D - ?$

Решение:

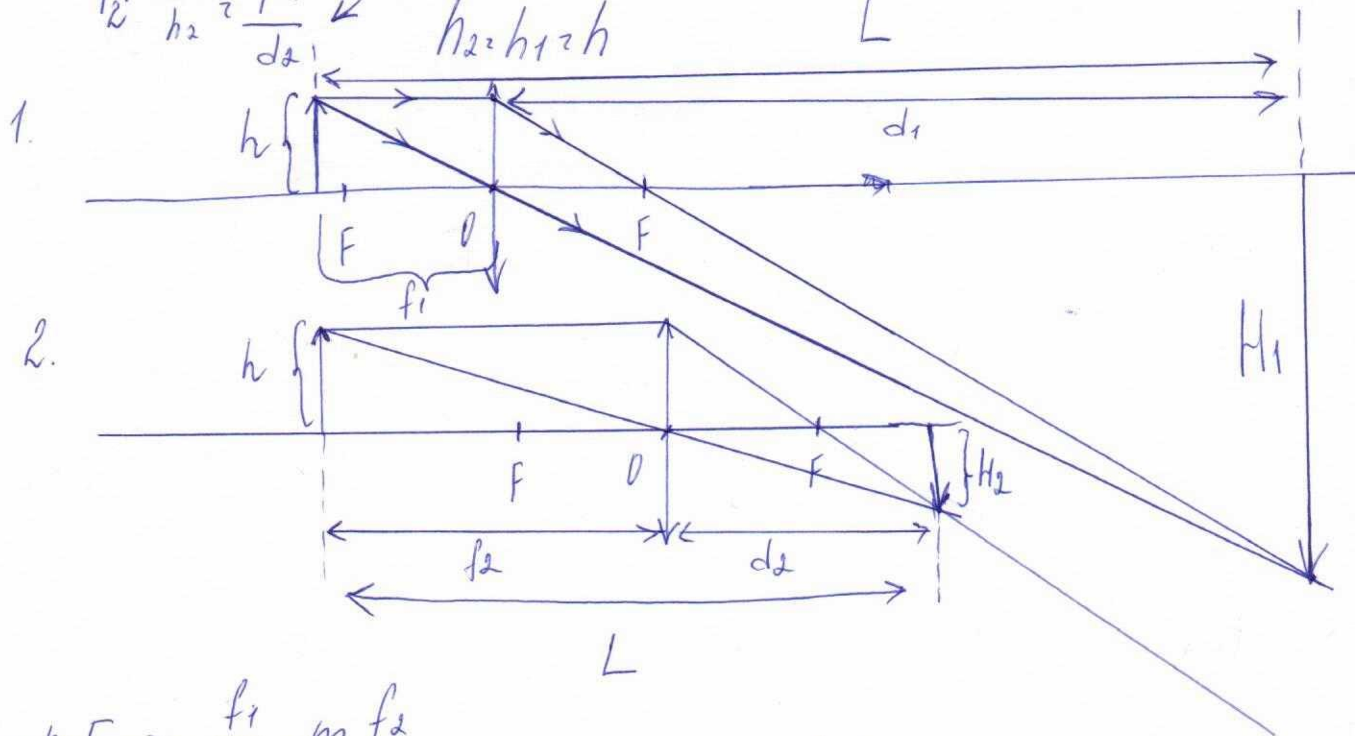
$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}$ ← формула тонкой линзы.

$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}$

$F = \frac{f_1 \cdot d_1}{f_1 + d_1}$; $F = \frac{f_2 \cdot d_2}{f_2 + d_2}$

$\Gamma_1 = \frac{H_1}{h_1} = \frac{f_1}{d_1}$ ← формула линейного увеличения в линзе.

$\Gamma_2 = \frac{H_2}{h_2} = \frac{f_2}{d_2}$



$\Gamma_1 = m\Gamma_2 \Longrightarrow \frac{f_1}{d_1} = m\frac{f_2}{d_2}$ (**)

$f_1 + d_1 = f_2 + d_2 = L$ (по условию) $\Longrightarrow F = \frac{f_1 \cdot d_1}{L} = \frac{f_2 \cdot d_2}{L} \Longrightarrow f_2 d_2 = f_1 \cdot d_1$

ГАЗПРОМ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

$(ab)c=a(bc)$ $E=mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 1289

Задача 3 (продолжение).

$$\begin{cases} \dfrac{f_1}{d_1} = m\dfrac{f_2}{d_2} \\ f_2 d_2 = f_1 \cdot d_1 \end{cases} \quad \begin{cases} f_1 = m d_1 \cdot \dfrac{f_2}{d_2} \\ f_1 = \dfrac{f_2 d_2}{d_1} \end{cases} \Rightarrow m d_1 \cdot \dfrac{f_2}{d_2} = \dfrac{f_2 d_2}{d_1}; \quad \dfrac{m d_1}{d_2} = \dfrac{d_2}{d_1};$$

$$m d_1^2 = d_2^2 \Rightarrow \sqrt{m}\, d_1 = d_2 \Rightarrow d_2 = \sqrt{m} \dots$$

$$\begin{cases} d_1 = \dfrac{f_1 \cdot d_2}{m \cdot f_2} \\ d_1 = \dfrac{f_2 \cdot d_2}{f_1} \end{cases} \quad \dfrac{f_1 \cdot d_2}{m \cdot f_2} = \dfrac{f_2 \cdot d_2}{f_1}; \quad \dfrac{f_1}{m f_2} = \dfrac{f_2}{f_1}; \quad m f_2^2 = f_1^2 \Rightarrow \sqrt{m} f_2 = \dots$$

$$f_2 = \dfrac{f_1}{\sqrt{m}} \dots$$

$$\begin{cases} f_1 = L - d_1 \\ f_2 = L - d_2 \quad (3) \end{cases}$$

Подставим (1) и (2) в (3):

$$\begin{cases} f_1 = L - d_1 \\ \dfrac{f_1}{\sqrt{m}} = L - \sqrt{m} \cdot d_1 \quad | \cdot \sqrt{m} \end{cases} \quad \begin{cases} f_1 = L - d_1 \\ f_1 = \sqrt{m} \cdot L - m \dots \end{cases}$$

$$L - d_1 = \sqrt{m} \cdot L - m \cdot d_1$$

$$L - \sqrt{m} \cdot L = d_1 - m \cdot d_1$$

$$L(1-\sqrt{m}) = d_1(1-m)$$

$$d_1 = \frac{L(1-\sqrt{m})}{1-m} \; (*); \quad f_1 = L - d_1; \quad f_1 = L - \frac{L(1-\sqrt{m})}{1-m} = L\left(1 - \frac{1-\sqrt{m}}{1-m}\right) \; (**)$$

Подставим $(*)$ и $(**)$ в $(***)$: $F = L\dfrac{1-\sqrt{m}}{1-m} \cdot \cancel{L}\left(1 - \dfrac{1-\sqrt{m}}{1-m}\right) \cdot \dfrac{1}{\cancel{L}} =$

$$= L\,\frac{1-\sqrt{m}}{1-m} \cdot \left(\frac{1-m-1+\sqrt{m}}{1-m}\right) = L\left(\frac{(1-\sqrt{m}) \cdot (\sqrt{m}-m)}{(1-m)^2}\right)$$

$D = \dfrac{1}{F}$ – формула оптической силы линзы; $D = \dfrac{(1-m)^2}{L(1-\sqrt{m})(\sqrt{m}-m)}$

Ответ: $D = \dfrac{(1-m)^2}{L(1-\sqrt{m})(\sqrt{m}-m)}$

Задача 2. +

Дано:
$V_л = \frac{1}{3}V$
$V_п = \frac{2}{3}V$
T
$V'_л = \frac{2}{3}V$
$V'_п = \frac{1}{3}V$

$T_2 - ?$

Решение:
$pV = \frac{m}{M}RT$ - уравнение Менделеева-Клапейрона.

1.

$T, V_л, \nu_л, p_л$	$T, V_п, p_п, \nu_п$

2.

$T, V'_л, p'_л, \nu_л$	$T_2, V'_п, p'_п, \nu_п$

~~Поршень подвижный~~ ~~$\Rightarrow p_л = p'_л$, $p_п = p'_п$~~
~~Тогда по закону Гей-Люссака: $\frac{V_л}{T} =$~~

Т.к. поршень находится в равновесии в 1 и 2 случаях, тогда $p_л = p_п = p_1$ (*); $p'_л = p'_п = p_2$ (**)

$\nu = \frac{m}{M}$ - формула количества вещества.

$p_л \cdot V_л = \nu_л \cdot R \cdot T$; $p_п \cdot V_п = \nu_п \cdot R \cdot T$; $p'_л \cdot V'_л = \nu_л \cdot RT$; $p'_п \cdot V'_п = \nu_п \cdot R \cdot T_2$

Учитывая (*): $\begin{cases} p_1 \cdot \frac{1}{3}V = \nu_л \cdot R \cdot T \\ p_1 \cdot \frac{2}{3}V = \nu_п \cdot R \cdot T \end{cases} \Rightarrow \frac{\nu_л}{\nu_п} = \frac{1}{2}$

Учитывая (**): $\begin{cases} p_2 \cdot \frac{2}{3}V = \nu_л \cdot R \cdot T \\ p_2 \cdot \frac{1}{3}V = \nu_п \cdot R \cdot T_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{T}{T_2} \cdot \frac{1}{2} = 2$; $\frac{T}{T_2} = 4$; $T_2 = \frac{T}{4}$.

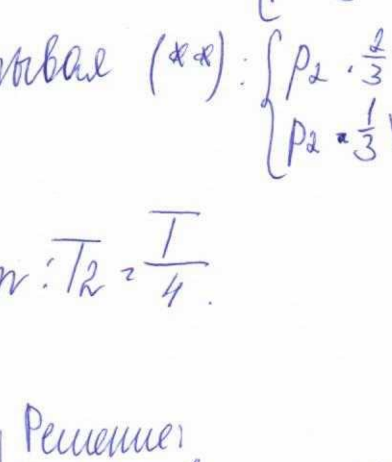
Ответ: $T_2 = \frac{T}{4}$.

Задача №1. ±

Дано:
L
m
k
ω

$R - ?$

Решение:
Представим ситуацию на рисунке:



На вращающееся кольцо (на каждую точку кольца) действуют две силы F и $F_{упр}$.
F - приводит кольцо в движение по окружности.
$F_{упр}$ - сила упругости между частями жгута, которая не дает ему полностью сжаться под действием

← линия горизонта

центростремительного ускорения $a_ц$

По второму закону Ньютона: $F = ma_ц$. Так как жгут полностью не сжимается $\Rightarrow F_{упр} = ma_ц$ (

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ГАЗПРОМ
$(ab)c = a(bc)$ $E = mc^2$

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 1289

Задача №1. (продолжение).

По закону Гука: $F_{упр.} = k|\Delta l|$ (3), Δl - удлинение ~~у~~ жгута.

$a_ц = \frac{v^2}{R}$ - формула центростремительного ускорения. (2)

$v = \omega R$ - формула связи линейной скорости с угловой. (1)

Подставим (1) в (2), а затем (2) и (3) в (4): $k|\Delta l| = m\omega^2 R$ (**)

$\Delta l = -R_1 + R$, R - радиус сжатого ~~жгута~~ кольца, R_1 - радиус кольца жгута в нач

Из математики известно: $L = 2\pi R_1$; $R_1 = \frac{L}{2\pi} \Rightarrow \Delta l = \frac{L}{2\pi} + R$ (*) ?

Подставим (*) в (**): $k\cdot\left|R - \frac{L}{2\pi}\right| = m\omega^2\cdot R$

Так как жгут сжался $\Rightarrow \left(R - \frac{L}{2\pi}\right) < 0$; $\left(\frac{L}{2\pi} - R\right) > 0 \Rightarrow k\cdot\left(\frac{L}{2\pi} - R\right) = \omega^2\cdot m\cdot R$

$\frac{L}{2\pi}\cdot k - R\cdot k = \omega^2 mR$; $\frac{L}{2\pi}\cdot k = \omega^2 mR + R\cdot k$; $R(\omega^2 m + k) = \frac{k\cdot L}{2\pi}$

$R = \frac{k\cdot L}{2\pi(\omega^2 m+k)}$ Ответ: $R = \frac{k\cdot L}{2\pi(\omega^2 m+k)}$.

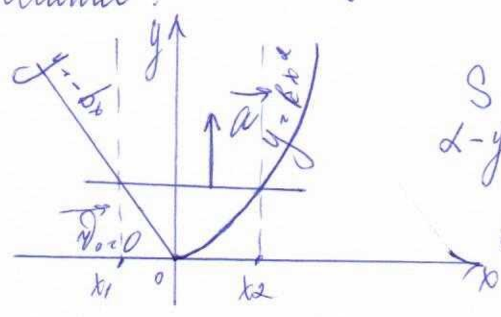
Задача №4.

I 0,5

Дано:
B
a
$R_1 = R$
$v_0 = 0$

$P(y)$ - ?

Решение:



$\Phi = B\cdot S\cdot\cos\alpha$ - формула магнитного пото

S - площадь контура

α - угол между нормалью к плоскости контура и направлением вектора магнитной индукции.

$\alpha = 0^\circ \Rightarrow \cos\alpha = 1 \Rightarrow \Phi = B\cdot S$.

$\mathcal{E}_{is} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ - закон самоиндукции.

Так как изменяется площадь контура $\Rightarrow \Delta\Phi = B\Delta S \Rightarrow \mathcal{E}_{is} = -\frac{B\Delta S}{\Delta t}$

Из математики известно:

y - текущая координата перемычки по оси y.

x_1, x_2 - текущие координаты точек пересечения перемычки с графиками ф-ии $y = -bx$ и $y = kx^2$ соответственно.

S - текущая площадь контура.

Задача №4 (продолжение).

$$S(x)=\int_{x_1}^{x_2} y-\int_{x_1}^{0}(-bx)-\int_{0}^{x_2} kx^2 = yx\Big|_{x_1}^{x_2}-\frac{-bx^2}{2}\Big|_{x_1}^{0}-\frac{x^3}{3}\Big|_{0}^{x_2}=$$

$$=y\cdot x_2-y\cdot x_1-\left(-\frac{b\cdot 0}{2}+\frac{bx_1^2}{2}\right)-\frac{x_2^3}{3}=y\cdot x_2-y\cdot x_1+\frac{b\cdot 0}{2}-\frac{bx_1^2}{2}-\frac{x_2^3}{3}.$$

$$S(y)=y\cdot\sqrt{\frac{y}{k}}-y\cdot\frac{y}{-b}+0-\frac{b}{2}\cdot\frac{y^2}{b^2}-\left(\sqrt{\frac{y}{k}}\right)^3\cdot\frac{1}{3}$$

$$S(y)=\frac{y\cdot\sqrt{y}}{k}-\frac{y^2}{-b}-\frac{y^2}{2b}-\frac{y\sqrt{y}}{k\sqrt{k}}\cdot\frac{1}{3}.$$

$$R(y)=\sqrt{\frac{y}{k}}-\frac{y}{-b}$$

$$y=\frac{a\Delta t^2}{2}\Rightarrow \Delta t=\sqrt{\frac{2y}{a}}$$

$$\Delta S=S(y)-0\Rightarrow\Delta S=S(y).\Rightarrow\mathcal{E}_{is}(y)=-\frac{B\cdot S(y)}{\Delta t}.$$

По закону Ома:

$I(y)=\frac{\mathcal{E}_{is}(y)}{R(y)}$; $P=I\cdot U$ — формула мощности тока.

Для данного случая $U=\mathcal{E}\Rightarrow P(y)=I(y)\cdot\mathcal{E}_{is}$; $P(y)=\frac{\mathcal{E}_{is}(y)^2}{R(y)}$; $P(y)=\frac{\mathcal{E}_{is}(y)^2}{R(y)}$.

$$P(y)=\left(-\frac{B\cdot S(y)}{\Delta t}\right)^2\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{y}{k}}+\frac{y}{b}};\quad P(y)=\frac{B^2\cdot\left(\frac{y\sqrt{y}}{k}+\frac{y^2}{b}-\frac{y^2}{2b}-\frac{y\sqrt{y}}{k\sqrt{k}}\cdot\frac{1}{3}\right)^2}{\sqrt{\frac{2y}{a}}}\cdot\frac{1}{\sqrt{\frac{y}{k}}+\frac{y}{b}}$$

Ответ.