



ШИФР

М 1 1 2 9

Класс 11 Вариант 22 Дата Олимпиады 09.02.19

Площадка написания АУВ. 204 ТПУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	0	6	16	20	0					47	сорок семь	

① Докажем, что $\forall y^{(n)} = e^x (n+x)$ с помощью метода мат. индукции:
1) для $n=1$ $y' = (x \cdot e^x)' = e^x + e^x \cdot x = e^x (1+x)$ - верно.

2) пусть для $k \in \mathbb{N}$ верно: $y^{(k)} = e^x (k+x)$

3) г-ть: $y^{(k+1)} = e^x (k+1+x)$.

г-во: $y^{(k+1)} = (y^{(k)})' = (e^x (k+x))' = e^x + e^x (k+x) = e^x (k+1+x)$ ч.т.д.

значит $y^{(n)} = e^x (n+x)$ - справедливо

тогда $y^{(2019)} = e^x (2019+x)$

Ответ: $e^x (2019+x)$

③ пусть m - кол-во деталей, соответствующих стандарту, а M - общее кол-во деталей $(m, M \in \mathbb{N})$.

$M_{\min} - ?$

тогда $97,3\% \leq \frac{m}{M} \cdot 100\% \leq 98,4\% \quad | : 100\%$

$0,973 \leq \frac{m}{M} \leq 0,984 \quad | \cdot M$

$0,973M \leq m \leq 0,984M$

$\Rightarrow$ т.к. $m \in \mathbb{N} \Rightarrow \begin{cases} 0,973M \in \mathbb{N} \\ 0,984M \in \mathbb{N} \end{cases}$

т.е. нам надо найти такую дробь $\frac{m}{M} = 0,973$, что $m \in \mathbb{N}$ и $M \in \mathbb{N}$.
и если $M_{\min} \Rightarrow \frac{m}{M}$ - несократима.

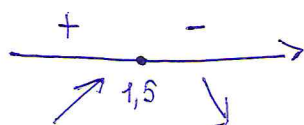
ШИФР

М 1 1 2 9

тогда $m = 943$, а $M = 1000$ ($M = 2^3 \cdot 5^3$, а $m \div 2; m \div 5 \Rightarrow$ дроби несократимы)
 проверим $M = 1000$ для $\frac{m}{M} = 0,984 \Rightarrow \frac{m}{1000} = 0,984 \Rightarrow m = 984 \in \mathbb{N}$.

Ответ: $M_{\min} = 1000$

5) $y = 3x - x^2$ $x_{01} = 2$ $x_{02} = x_{\max}$
 $y' = 3 - 2x$ $y' = 0 \Rightarrow 3 - 2x = 0 \Rightarrow x = 1,5$



$x_{\max} = 1,5 = x_{02}$

уравнение касательной:

$y_k = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

$f(x_{01}) = 3 \cdot 2 - 2^2 = 2$

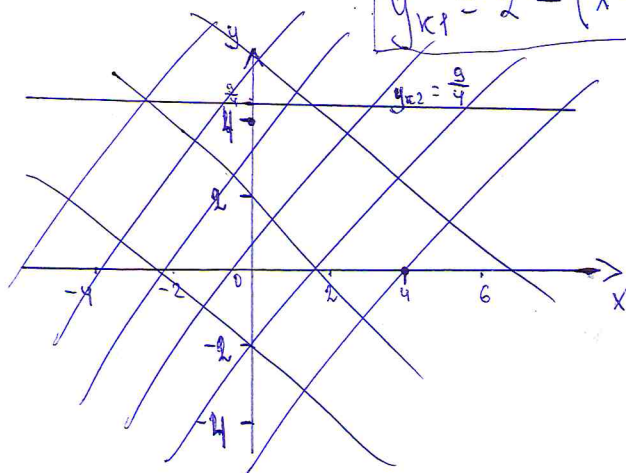
$f'(x_{01}) = 3 - 2 \cdot 2 = -1$

$y_{k1} = 2 - (x - 2) = 4 - x$

$f(x_{02}) = 3 \cdot 1,5 - 1,5^2 = 2,25$

$f'(x_{02}) = 3 - 2 \cdot 1,5 = 0$

$y_{k2} = \frac{9}{4}$

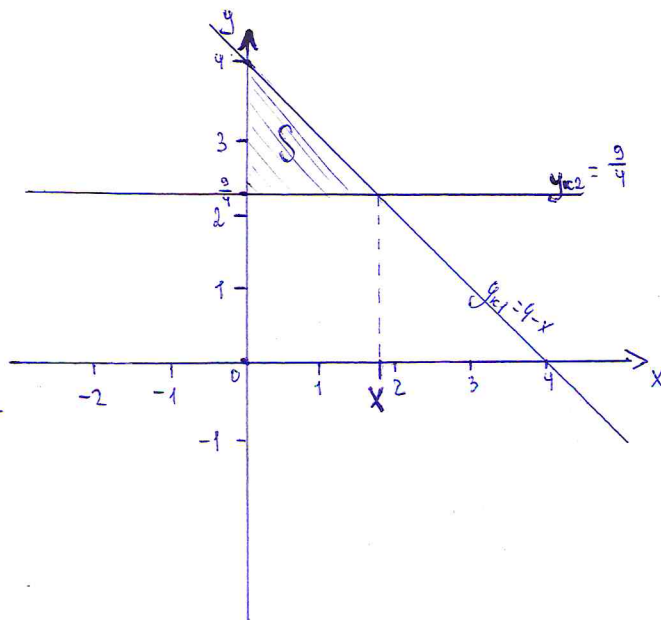


$y_{k1} = y_{k2}$

$4 - x = \frac{9}{4}$

$x = 4 - \frac{9}{4}$

$x = \frac{7}{4}$



$$S = \frac{1}{2} \cdot \left(4 - \frac{9}{4}\right) \cdot \left(\frac{7}{4} - 0\right) =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{7}{4} = \frac{49}{32}$$

Ответ: $\frac{49}{32}$



$$(ab)^c = a(b^c)$$

$$E=mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

4	1	1	2	9
---	---	---	---	---

$$\textcircled{4} \begin{cases} x^2 \cdot \log_3(y+7) + 0,5x^3 = \frac{6x \cdot \ln(y+7)}{\ln 27} + x^2 & (1) \\ 4xy + 28x - 3y - 21 = x^2(y+7) + 1 & (2) \end{cases} \quad \text{ОДЗ: } y > -7$$

$$(1): x^2 \cdot \log_3(y+7) + 0,5x^3 = \frac{6x \ln(y+7)}{3 \ln 3} + x^2$$

$$x^2 \cdot \log_3(y+7) + 0,5x^3 = 2x \cdot \log_3(y+7) + x^2$$

$$x^2 t + 0,5x^3 = 2xt + x^2 \quad | \cdot 2$$

$$x^3 + 2x^2(t-1) - 4xt = 0$$

$$\text{пусть } \log_3(y+7) = t \Rightarrow y+7 = 3^t$$

$$x=0 \rightarrow (2)$$

$$0 + 0 - 3y - 21 = 1$$

$$y = \frac{22}{-3} < -7$$

не удовн. ОДЗ

$$x^3 + 2x(t-1) - 4xt = 0$$

$$D_1 = t^2 - 2t + 1 + 4t = (t+1)^2$$

$$x_1 = -(t-1) + (t+1) = 2 \rightarrow (2) \quad x_2 = -(t-1) - (t+1) = -2t$$

$$8y + 56 - 3y - 21 = 4y + 28 + 1$$

$$y = -6$$

$$(2): 4x(y+7) - 3(y+7) = x^2(y+7) + 1 \Rightarrow (y+7)(x^2 - 4x + 3) = -1 \Rightarrow$$

$$3^t(4t^2 + 8t + 3) = -1$$

$$3^t((2t+2)^2 - 1) = -1$$

$$3^t > 0 \Rightarrow (2t+2)^2 - 1 < 0$$

$$(2t+1)(2t+3) < 0$$

$$t \in (-1,5; 0,5)$$

нет док-ва. на данном промежутке 3^t принимает рациональные значения, а произведение рационального и иррац. не м/б рациональным корней нет.

Ответ: $x=2; y=-6$