



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

ШИФР

М 1 1 1 2

Класс 11 Вариант 22 Дата Олимпиады 9.02.19

Площадка написания 204 ТПУ

| Задача | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | $\Sigma$ |              | Подпись |
|--------|---|---|----|----|----|---|---|---|---|----|----------|--------------|---------|
|        |   |   |    |    |    |   |   |   |   |    | Цифрой   | Прописью     |         |
| Оценка | 5 | 2 | 12 | 20 | 10 | 0 |   |   |   |    | 49       | сорок девять | 25      |

Задание №1

$$y = x e^x$$

$$y' = (x \cdot e^x)' = x' \cdot e^x + (e^x)' \cdot x = 1 \cdot e^x + e^x \cdot x = e^x \cdot (x+1)$$

$$y'' = (e^x \cdot (x+1))' = e^x \cdot (x+1)' + (e^x)' \cdot (x+1) = 1 \cdot e^x + e^x \cdot (x+1) = e^x \cdot (x+2)$$

Замечаем, что  $y^{(n)} = e^x \cdot (x+n)$  ( $n \in \mathbb{N}$ )

1. Известно, что при  $n=1$  верно (см. выше)

2. Предположим, что это равно при  $n=k$  ( $k \in \mathbb{N}$ )

$$y^{(k)} = (e^x \cdot (x+k))$$

3. Докажем, что верно для  $k+1$

$$\begin{aligned} y^{(k+1)} &= (e^x \cdot (x+k))' = (e^x)' \cdot (x+k) + e^x \cdot (x+k)' = e^x \cdot (x+k) + e^x \cdot 1 = \\ &= e^x \cdot (x+k+1) \quad (\text{верно}) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow y^{(n)} = e^x \cdot (x+n) \text{ верно для всех } n \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow y^{(2019)} = e^x \cdot (x+2019)$$

Ответ:  $e^x \cdot (x+2019)$

Задание №5

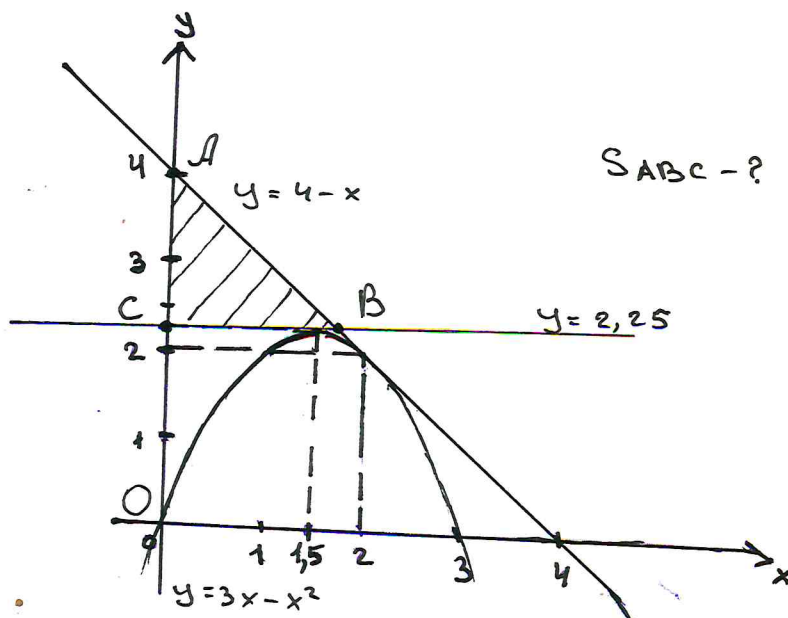
$$y = 3x - x^2 \text{ — квадра-}$$

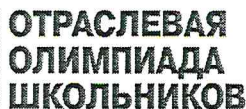
тичная ф-ия, следовательно,  
max в вершине параболы  
(ветви вниз)

$$\max = \frac{-b}{2a} = 1,5$$

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ x_B &= \frac{-b}{2a} \end{aligned}$$

$$(x)_{\max} = 3 \cdot 1,5 - 1,5^2 = 4,5 - 2,25 = 2,25$$





# ШИФР

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| M | 1 | 1 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|

$$y_{\text{near}} = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

$$x_3 = 2$$

$$f'(x) = (3x - x^2)' = 3 - 2x$$

$$f'(x_0) = 3 - 2 \cdot 2 = 3 - 4 = -1$$

$$y_{\text{max}} = 3 \cdot 2 - 2^2 + (-1) \cdot (x - 2) = 2 - x + 2 = 4 - x$$

т.к.  $CB \in y = 2,25$  (как к вершине пара-мт)  $CB \perp AC$ ,  
 $\Rightarrow \triangle ABC$  — прямоугол.

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot CB.$$

$CB = x$  <sup>upper</sup>  ~~$x$~~   $4 - x = 2, 2.5$   $x = 1, 7.5$   
 ~~$x$~~   ~~$2.5$~~   
 m. 0 - ~~normal~~ ~~loop~~.

$$AC = AO - CO = 40 - 2,25;$$

~~AO~~ AO = y прямой  $y = 4 \cdot x$  при  $x = 0$   
AO = 4

$$AC = 4 - 2,25 = 1,25$$

$$\text{SABC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{2} = \frac{35}{16} = \frac{2.1875}{1} = 2.1875$$

Onbem: ~~5,875~~  $\frac{35}{16}$

13 Пусть всего было  $x$  деталей, а  $x-1$  деталей — соств. стандарты, т.к. кол-во деталей — целое число и требуют найти наименьшее кол-во деталей.

~~Eliza Lewis 48.1.2~~

1g. uz 4 — 25%, 2g. uz 4 — 25%.

м.е. при функциональном комп. ф. и несправных  $25\%$  монет,  $25\%$  и по не число,  $25\%$  дане не изм. на единица.  $x \in \mathbb{N} : x \neq 1$ ; мнж. —

$$x \in \mathbb{N}; \quad x \neq 1; \quad \text{max.} -$$

$$x - 100\% = \frac{(x-1) \cdot 100}{x} < 98,4\% \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 97,3x < x \cdot 100 - 100 \\ 98,4x > x \cdot 100 - 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 100 < 2,7x \\ 100 > 1,6x \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1000}{27} < x \\ \frac{1000}{16} > x \end{array} \right.$$

$$\frac{1000}{27} < x < \frac{1000}{16}, \text{ m.k. } x \in \mathbb{N}$$

$$38 \leq x \leq 62$$

$$x_{\min} = 38$$

$$\begin{array}{r} \text{\textcircled{1000}} \\ - 96 \\ \hline 40 \\ - 32 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{l} 16 \\ \hline 62, \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 81 \\ \hline 190 \\ - 189 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 27 \\ 37, \dots \end{array}$$

Onbem: 38





$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

М 1 1 1 2

Задача 12

$$A = \arcsin \frac{24}{25} + \arccos \frac{3}{5} + \arctg \frac{4}{3}; \quad \text{Пусть } x, y \text{ и } z \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Пусть } x = \arcsin \frac{24}{25}; \quad y = \arccos \frac{3}{5}; \quad z = \arctg \frac{4}{3}$$

$$A = x + y + z$$

$$= \arccos \frac{3}{5}; \quad \cos y = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin y = \sqrt{1 - \cos^2 y} = \frac{4}{5}; \quad \operatorname{tg} y = \frac{4}{3} = \operatorname{tg} z$$

$$A = x + 2z$$

$$\text{Пусть } w = 2z = 2 \arctg \frac{4}{3}$$

$$\operatorname{tg}\left(\frac{w}{2}\right) = \frac{4}{3}; \quad \cos w = \frac{1 - \operatorname{tg}^2\left(\frac{w}{2}\right)}{1 + \operatorname{tg}^2\left(\frac{w}{2}\right)}$$

$$\cos w = \frac{\frac{9}{8} - \frac{16}{8}}{\frac{9}{8} + \frac{16}{8}} = -\frac{7}{25}$$

$$\text{Пусть } w \in \Pi \mathbb{R}.$$

$$\sin w = -\sqrt{1 - \frac{49}{625}} = -\frac{24}{25}$$

$$\Rightarrow \sin(-w) = \frac{24}{25} \Rightarrow (-w) = \arcsin \frac{24}{25}$$

$$A = x + w = \arcsin \frac{24}{25} - \arcsin \frac{24}{25} = 0$$

$$\operatorname{tg} w = \frac{2 \operatorname{tg}\left(\frac{w}{2}\right)}{1 - \operatorname{tg}^2\left(\frac{w}{2}\right)}$$

$$\operatorname{tg} w = \frac{2 \cdot \frac{4}{3}}{1 - \frac{16}{9}} = \frac{\frac{8}{3}}{-\frac{7}{9}} < 0$$

$$\cos w > 0 \Rightarrow \sin w < 0 = \frac{\sin w}{\cos w}$$

Ответ: 0

14

$$\begin{cases} x^2 \cdot \log_3(y+7) + 0,5x^3 = \frac{6x \cdot \ln(y+7)}{\ln 27} + x^2 \\ 4xy + 28x - 3y - 21 = x^2 \cdot (y+7) + 1 \end{cases} \quad 1.$$

$$1. \quad x^2 \cdot (\log_3(y+7) + 0,5x) = (2 \cdot \log_3(y+7) + x) \cdot x$$

$$(\log_3(y+7) + 0,5x) \cdot (x^2 - 2x) = 0$$

$$x(x-2)(\log_3(y+7) + 0,5x) = 0$$

$$2. \quad 4xy + 28x - 3y - 21 = x^2(y+7) + 1$$

$$(y+7) \cdot 4x - 3(y+7) = x^2 \cdot (y+7) + 1$$

$$\underbrace{(y+7)}_0 \cdot (4x - 3 - x^2) = \underbrace{1}_0$$

$$\Rightarrow 4x - 3 - x^2 > 0$$

$$y+7 = \frac{1}{4x-3-x^2}$$

$$y+7 = \frac{1}{12-11x-2x^2}$$

$$x^2 - 4x + 3 < 0$$

$$x \in (1; 3)$$



2. 3:

$$y+7 > 0$$

$$y > -7$$

$$\begin{cases} x \cdot (x-2) \cdot (2 \log_3(y+7) + x) = 0 & \textcircled{1} \text{ } x \text{ or } y = 0, \text{ then some} \\ y+7 = \frac{-1}{x^2-4x+3} & \textcircled{2} \text{ } \text{for } \log \text{ is not defined} = 0 \\ x \in (1; 3) & \textcircled{3} \\ y \in (-7; +\infty) & \textcircled{4} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} x=0 & \notin (1; 3) \\ x=2 & \in (1; 3) \\ \log_3(y+7) = -\frac{x}{2} & \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \quad y+7 = 3^{-\frac{x}{2}};$$

$$(y+7)^2 = \frac{1}{3^x} = 3^{-x} \quad (\text{cancel})$$

$$\begin{cases} y \in (-7; +\infty) \\ x \in (1; 3) \\ (y+7)^2 = 3^{-x} \\ x=2 \\ y+7 = \frac{-1}{x^2-4x+3} \end{cases}$$

$$1. \quad x=2$$

$$y+7 = \frac{-1}{4-8+3} = \frac{-1}{-4+3} = \frac{-1}{-1} = 1$$

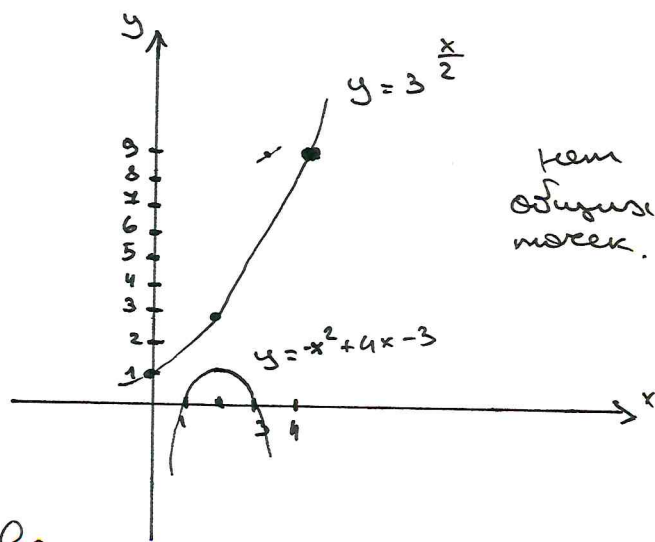
$$y = 1-7 = -6$$

$$2. \quad y+7 = 3^{-\frac{x}{2}}$$

$$3^{-\frac{x}{2}} = \frac{-1}{x^2-4x+3}$$

$$3^{-\frac{x}{2}} = \frac{-1}{x^2-4x+3} \quad ; \quad \frac{1}{\sqrt{3^x}} = \frac{+1}{4x-x^2-3} \quad ; \quad 4x-x^2-3 = \sqrt{3^x}$$

$$-(x^2-4x+3) = 3^{\frac{x}{2}}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-6 \end{cases} \quad \text{— eq. solution}$$

$$\text{Answer: } (2; -6)$$



ОТРАСЛЕВАЯ  
ОЛИМПИАДА  
ШКОЛЬНИКОВ

$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}$$

Использовать только эту сторону листа,  
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| М | 1 | 1 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|

№ 6

$$\begin{cases} x^4 + y^4 + z^4 = 1 \\ 2x^2 + 3y^2 + 4z^2 = \sqrt{30} \end{cases}$$