



ШИФР

М 1 1 1 0

Класс 11 Вариант 22 Дата Олимпиады 9.02.19

Площадка написания ТПУ, 204 аудитория

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	5	4	4	18	20	0					57	пятьдесят семь	

$$y^{2019} = (x e^x)^{2019} = 2019 (x e^x)^{2018} (e^x + x e^x) = 2019 e^x (x e^x)^{2018} (e^x + x e^x)$$

$$y = e^x x$$

$$(y')^{2018} = ((x e^x)')^{2018} = ((e^x + x e^x)')^{2018} = ((2e^x + e^x x)')^{2018} = 2019 e^x + x e^x$$

Заметим, что с каждым последующим взятием производной к выражению добавляется e^x , т.е. $((x e^x)')' = (e^x + x e^x)' = (2e^x + x e^x)' = 3e^x + x e^x$

И-то, при взятии производной 2019 получаем выражение $2019 e^x + x e^x$

Ответ: $2019 e^x + x e^x$

$$y = 3x - x^2$$

Найдем ур-е кас. в т. $x_0 = 2$

$$y_{кас1} = y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0) - \text{ур-е кас.}$$

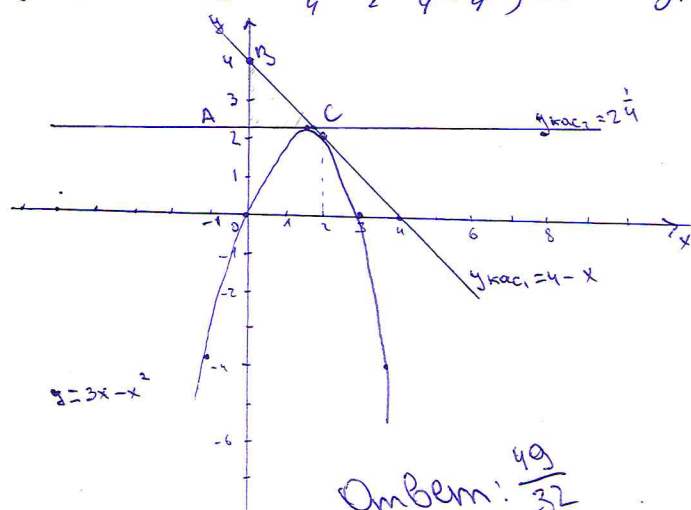
$$y_{кас1} = 6 - 4 + (3 - 2 \cdot 2)(x - 2) = 2 - (x - 2) = 4 - x$$

Найдем точку максимума ф.ции $y = 3x - x^2$

$$y' = 3 - 2x$$

$$y' = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} - \text{точка максимума}$$

$$y(\frac{3}{2}) = 3 \cdot \frac{3}{2} - \frac{9}{4} = \frac{9}{2} - \frac{9}{4} = \frac{9}{4}; \text{ и-то ур-е 2-ой касательной: } y_{кас2} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$



Найдем т. пересек. $y_{кас1}$ и $y_{кас2}$

$$y_{кас1} = y_{кас2}; 4 - x = \frac{9}{4}$$

$$x = \frac{16 - 9}{4} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$$

$$y_{кас1} \cap Oy = 4$$

$$y_{кас2} \cap Oy = 2\frac{1}{4}$$

Нам нужно найти площадь $\triangle ABC$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} (4 - 2\frac{1}{4}) \cdot \frac{7}{4} = \frac{7}{8} \cdot \frac{7}{4} = \frac{49}{32}$$

Ответ: $\frac{49}{32}$

Пусть k - кол-во всех деталей, n - кол-во деталей, соответ. стандарт.
Тогда $\frac{n}{k} \cdot 100\%$ принадлежит интервалу $[97,3\%; 98,4\%]$

Найдем такое n , при котором k будет наименьшим

Для начала, найдем делители числа 1000

$$\begin{array}{r|l}
 1000 & 2 \\
 500 & 2 \\
 250 & 2 \\
 125 & 5 \\
 25 & 5 \\
 5 & 5 \\
 1 &
 \end{array}
 \quad 1000 = 2^3 \cdot 5^3$$

$$\frac{973}{1000}; \quad 973/2; \quad 973/5 \Rightarrow \text{дроби простые}$$

$$\begin{array}{l}
 \frac{974}{1000} = \frac{487}{500} \\
 \frac{975}{1000} = \frac{39}{40} \\
 \frac{976}{1000} = \frac{122}{125} \\
 \frac{977}{1000} \\
 \frac{978}{1000} = \frac{489}{500} \\
 \frac{979}{1000} \\
 \frac{980}{1000} = \frac{49}{50} \\
 \frac{981}{1000} \\
 \frac{982}{1000} = \frac{491}{500} \\
 \frac{983}{1000} \\
 \frac{984}{1000} = \frac{123}{250}
 \end{array}$$

Заметим, что $\frac{n}{k} = \frac{39}{40}$ $k=40$ - самое маленькое кол-во всех деталей

Ответ: 40.

$$\begin{cases} x^2 \log_3(y+7) + 0,5x^3 = \frac{6x \ln(y+7)}{\ln 27} + x^2 \\ 4xy + 28x - 3y - 21 = x^2(y+7) + 1 \end{cases} \quad \text{OD3: } y > -7$$

$$\begin{cases} x(x \log_3(y+7) + 0,5x^2 - 2 \log_3(y+7) - x) = 0 \\ 4x(y+7) - 3(y+7) - x^2(y+7) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ y = -\frac{1}{3} - 7 = -7\frac{1}{3} \notin \text{OD3} \end{cases}$$

$$x^2 + 2x(\log_3(y+7) - 1) - 4\log_3(y+7) = 0$$

$$D_1 = (\log_3(y+7) - 1)^2 + 4\log_3(y+7) = (\log_3(y+7) + 1)^2$$

$$x = -\log_3(y+7) + 1 \pm (\log_3(y+7) + 1); \quad \begin{cases} x=2 \\ x = -2\log_3(y+7) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ (y+7)(4-8+3) = -1 \\ x = -2\log_3(y+7) \\ (y+7)(x-1)(x-3) = -1 \end{cases}$$

ШИФР

М 1 1 1 0

$$\begin{cases} x=2 \\ y=-6 \\ \log_3 \left(-\frac{1}{(x-1)(x-3)} \right) = -\frac{x}{2} \\ y+7 = -\frac{1}{(x-1)(x-3)} \end{cases} \quad (1)$$

Решим (1)

$$\begin{cases} \log_3 \left(-\frac{1}{(x-1)(x-3)} \right) = \log_3 3^{-\frac{x}{2}} \\ y+7 = -\frac{1}{(x-1)(x-3)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overset{?}{\log_3} \left(-\frac{1}{(x-1)(x-3)} \right) = 3^{-\frac{x}{2}} \quad (*)$$

$$\begin{cases} y+7 = -\frac{1}{(x-1)(x-3)} \end{cases}$$

Р-во (*) не может быть верным, т.к. $3^{-\frac{x}{2}} > 0$
 т.н.о системы (1) не имеет решений.

$$\begin{cases} x=2 \\ y=-6 \end{cases} - \text{ответ.}$$

Ответ: (2; -6)

$$A = \arcsin \frac{24}{25} + \arccos \frac{3}{5} + \arctg \frac{4}{3} \approx 2$$

$$\arcsin \frac{24}{25} = x$$

$$\arccos \frac{3}{5} = y$$

$$\arctg \frac{4}{3} = z$$

Все углы $\in [0, \pi/2]$ четверти

$$A = x + y + z$$

$$\sin x = \frac{24}{25}$$

$$\cos y = \frac{3}{5}$$

$$\operatorname{tg} z = \frac{4}{3}$$

$$\operatorname{tg}^2 z + 1 = \frac{1}{\cos^2 z}$$

$$\frac{16}{9} + 1 = \frac{1}{\cos^2 z} \Rightarrow \cos z = \frac{3}{5} \Rightarrow y = z$$

$$A = x + 2y$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

$$\frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{ab}{a+b}$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

М	1	1	1	0
---	---	---	---	---

$$zy = \arctg \frac{4}{3} \Rightarrow \operatorname{tg} zy = \frac{4}{3}$$

$$\operatorname{tg} zy = \frac{2 \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg}^2 y} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{2 \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg}^2 y} = \frac{4}{3}; \quad \frac{\operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg}^2 y} = \frac{2}{3}$$

$$\operatorname{tg} y = t$$

$$3t = 2(1 - t^2)$$

$$3t = 2 - 2t^2$$

$$2t^2 + 3t - 2 = 0$$

$$D = 9 + 16 = 5^2$$

$$t = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

$$\operatorname{tg} y = \frac{1}{2} \Rightarrow y$$

$$\left[\begin{array}{l} t = +\frac{1}{2} \\ t = -2 \text{ не подходит, т.к. } y \in I \text{ четверти} \end{array} \right.$$