

ШИФР

М 1 1 3 9

Класс 11 Вариант 22 Дата Олимпиады 09.02.19

Площадка написания 204 ТПУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	0	0 4	0	15	20	5					44	сорок четыре.	

44

1. $y = x \cdot e^x$

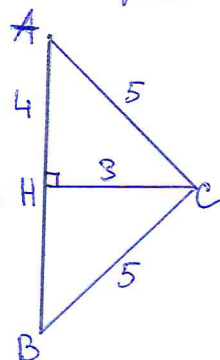
~~$y' = e^x$~~ , $y' = e^x$ (т.к. $(e^x)' = e^x \cdot \ln e = e^x$)

Следовательно, $y^{(2019)} = e^x$

Ответ: $y^{(2019)} = e^x$

2. $A = \arcsin \frac{24}{25} + \arccos \frac{3}{5} + \arctg \frac{4}{3}$

Рассмотрим $\triangle ABC$ со сторонами 5, 5 и 8.



$AC = BC = 5$
 $AB = 8$

ДП: $CH \perp AB$, т.к. $\triangle ABC$ - равнобедренный, то по свойству равнобедренного $\triangle$ $AK = KB = 4$. CH - катет, $HC = 3$ (как Египетский $\triangle$ или $\Rightarrow \sin \angle HAC = \frac{HC}{AC} = \frac{3}{5}$

Затем теорему синусов для $\triangle ABC$: $\frac{AB}{\sin \angle ACB} = \frac{BC}{\sin \angle HAC}$

$\frac{8}{\sin \angle ACB} = \frac{5 \cdot 5}{3} \Rightarrow \sin \angle ACB = \frac{24}{25} \Rightarrow \arcsin \frac{24}{25} = \angle ACB = \angle ACH + \angle BCH$

$\angle ACH = \angle BCH = \arccos \frac{3}{5} \Rightarrow \arcsin \frac{24}{25} = 2 \arccos \frac{3}{5}$

$\angle ACH = \arctg \frac{4}{3} = \arccos \frac{3}{5}$

$A = \arcsin \frac{24}{25} + \arccos \frac{3}{5} + \arctg \frac{4}{3} = 4 \arccos \frac{3}{5}$

Ответ: $A = 4 \arccos \frac{3}{5}$

3. Пусть x — количество деталей в этой партии, тогда деталей, соответствующих стандарту, от $0,973x$ до $0,984x$.

Заметим, что

$$\begin{cases} (0,973x) \in \mathbb{N} & ① \\ (0,984x) \in \mathbb{N} & ② \end{cases}$$

1) $\frac{973 \cdot x}{1000} = \frac{973 \cdot x}{(2 \cdot 5)^3}$

Заметим, что $\begin{cases} 973 \not\div 2 \\ 973 \not\div 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \div 2^3 \\ x \div 5^3 \end{cases} \Rightarrow x_{\min} = 1000$

Проверим для ②.

$\left(\frac{984}{1000} \cdot 1000\right) \in \mathbb{N}$ (верно)

Ответ: наименьшее возможное количество деталей равно 1000.

4. $\begin{cases} x^2 \cdot \log_3(y+7) + 0,5x^3 = \frac{6x \cdot \ln(y+7)}{\ln 27} + x^2 & ① \\ 4xy + 28x - 3y - 21 = x^2(y+7) + 1 & ② \end{cases}$

ОДЗ: $\begin{cases} y > -7 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$

Преобразуем ②-ое выражение: $4x(y+7) - 3(y+7) = x^2(y+7) + 1$
 $(y+7) = -\frac{1}{x^2 - 4x + 3}$

Выразим из равенства ① $(y+7)$:

• $x=0 \mid -3y-21=1 \Rightarrow y = -7\frac{1}{3} \notin \text{ОДЗ} \Rightarrow x \neq 0$

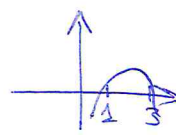
• $x \neq 0 \mid x \cdot \log_3(y+7) + 0,5x^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \log_3(y+7) + x$

$\log_3(y+7) \cdot (x-2) = -0,5x^2 + x \Rightarrow \log_3(y+7) = \frac{-0,5x^2 + x}{x-2} = \frac{-0,5x(x-2)}{x-2}$

• $x=2 \mid \begin{cases} 4 \log_3(y+7) + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{8} = 4 \log_3(y+7) + 4 \\ 8y + 56 - 3y - 21 = 4(y+7) + 1 \end{cases} \Rightarrow 5y + 35 = 4y + 29$
 $y = -6 \in \text{ОДЗ}$

• $x \neq 2 \mid y+7 = 3^{-0,5x}$

Тогда найдем, что $\frac{0,5x}{(x-1)(x-3)} = 1 \quad 3^{0,5x} = -(x-3)(x-1) > 0$
 $3^{0,5x}$ возр. на $\mathbb{R}$ $x \in (1,3)$



~~$y(1) = \sqrt{3}$~~
 ~~$y(4) = -(4-3) \cdot 0 = 0$~~
 ~~$y(1,5) = \dots$~~

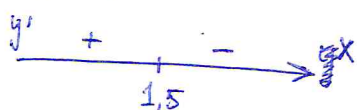
$y(2) = -(2-3) = 1$
 $3^1 = 3$ $\Rightarrow$ Нет решения.

ШИФР

М 1 1 3 9

Ответ: $\begin{cases} x \in \emptyset \\ y \in \emptyset \end{cases}$

5. $y = 3x - x^2 = -(x - 1,5)^2 + 2,25$
 $y' = 3 - 2x$
 $y_{кас} = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0), x_0 = 2$
 $y_{кас} = -x + 4$



$x = 1,5$ - единственная критическая точка
 на $\mathbb{R}$, при этом т. максимума $\Rightarrow \max_{\mathbb{R}} y = y(1,5) = 2,25$

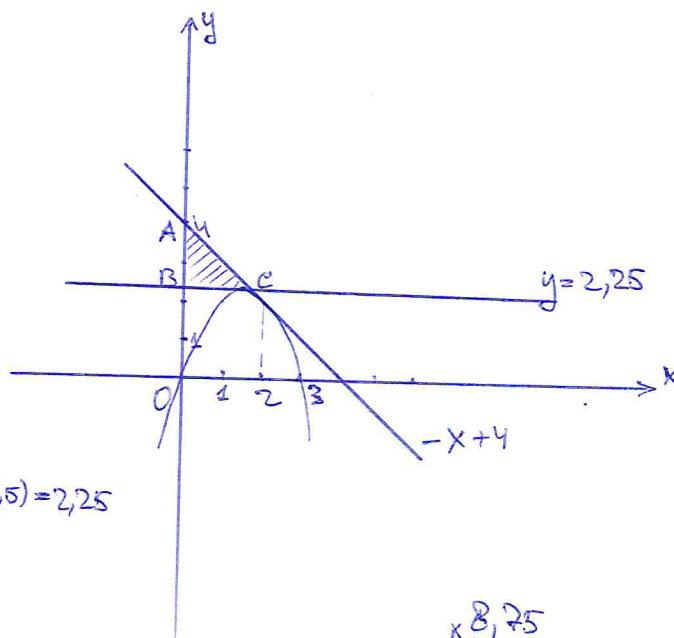
$y'(1,5) = 0 \Rightarrow y_{кас} = 2,25$

$\begin{cases} y = 2,25 \\ y = -x + 4 \end{cases} \Rightarrow x = 1,75$

Рассмотрим $\triangle ABC$: $AB \perp BC$

$BC = 1,75 - 0 = 1,75$
 $AB = 4 - 2,25 = 1,75$
 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot 1,75 \cdot 1,75 = 15,3125$

Ответ: $S = 15,3125$



$$\begin{array}{r}
 32 \\
 \times 1,75 \\
 \hline
 875 \\
 2240 \\
 6400 \\
 \hline
 8750
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 15,3125 \\
 \times 8,75 \\
 \hline
 134375 \\
 122500 \\
 122500 \\
 153125 \\
 \hline
 153125
 \end{array}$$

ШИФР

М	1	1	3	8
---	---	---	---	---

$$6. \begin{cases} x^4 + y^4 + z^4 = 1 \\ 2x^2 + 3y^2 + 4z^2 = \sqrt{30} \end{cases}$$

$$x^2 \stackrel{\text{об}}{=} x', \quad y^2 \stackrel{\text{об}}{=} y', \quad z^2 \stackrel{\text{об}}{=} z'.$$

$$\begin{cases} x'^2 + y'^2 + z'^2 = 1 \\ 2x' + 3y' + 4z' = \sqrt{30} \end{cases} \downarrow -$$

$$(x'-1)^2 - 1 + (y'-1,5)^2 + (-2,25) + (z'-2)^2 - 7,25 = 4 = 1 - \sqrt{30}$$

$$(x'-1)^2 + (y'-1,5)^2 + (z'-2)^2 = 8,25 - \sqrt{30} \quad \text{— уравнение сферы с центром в } T(1; 1,5; 2) \text{ и } R = \sqrt{8,25 - \sqrt{30}}$$

Т.е. все x', y', z' , которые явл. решением данной системы нах. только на этой сфере.

$$\begin{cases} x = \pm \sqrt{x'} \\ y = \pm \sqrt{y'} \\ z = \pm \sqrt{z'} \end{cases}$$