



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E=mc^2$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}$$

ШИФР

М 0 9 0 5

Класс _____ Вариант _____ Дата Олимпиады 09.02.19

Площадка написания ТПУ 204

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ		Подпись
											Цифрой	Прописью	
Оценка	0	10	10	20	4	23					67	шестьдесят семь	

Задание 6.

Дано: ABCD - параллелограмм;

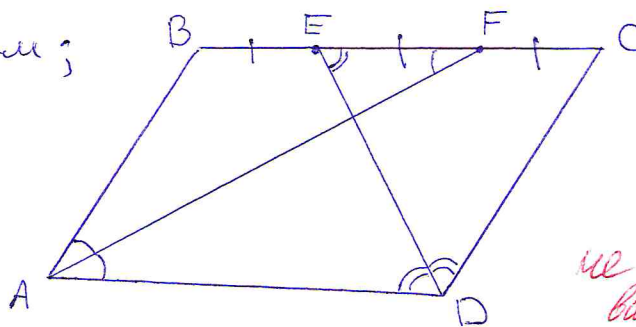
AE - биссектриса угла A;

DE - биссектриса угла D;

$AB + BC + CD + AD = 56$;

$BE = EF = FC$. Найти:

$AB = CD = ?$; $BC = AD = ?$



не все
варианты
рассмотрены

Решение: Т.к. ABCD - параллелограмм $\Rightarrow BC \parallel AD \Rightarrow$

$\angle EDA = \angle DEC$ (накрест лежащие); $\angle FAD = \angle BFA$ (накрест лежащие);

Т.к. $\angle EDA = \angle EDC$; $\angle EDA = \angle DEC \Rightarrow \angle EDA = \angle EDC = \angle DEC =$

$\triangle ECD$ - равнобедрен $\Rightarrow EC = DC = EF + FC$; Аналогично

$\triangle ABF$ - равнобедрен $\Rightarrow AB = BF = BE + EF$. Т.к. $BE = EF =$

FC и пусть $= x \Rightarrow AB = 2x = CD$; $BC = 3x = AD \Rightarrow$

$AB + BC + CD + AD = 2x + 2x + 3x + 3x = 10x = 56$; $x = \frac{56}{10} = 5,6$

$\Rightarrow AB = CD = 2x = 11,2$; $BC = AD = 3x = 16,8$.

Ответ: $AB = CD = 11,2$; $BC = AD = 16,8$.

Задание 2. Пусть: x - кол-во попаданий в 7
 y - кол-во попаданий в 8
 z - кол-во попаданий в 10
 5 - кол-во попаданий в 9.

Тогда: ~~$x+y+z=1$~~

$$\begin{aligned} 7x + 8y + 10z + 5 \cdot 9 &= 90 \\ 7x + 8y + 10z &= 45 \end{aligned}$$

$x+y+z+5=10$ ($x; y; z$ - натуральные числа т.к. это кол-во попаданий)
 $x+y+z=5$

Тогда нам нужно решить систему:

$$\begin{cases} 7x + 8y + 10z = 45 \\ x + y + z = 5 \end{cases} \quad \left(\text{где } x; y; z - \text{натуральные числа} \right)$$

Среди натуральных $x; y; z$ подойдут такие:

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= 1 \\ z &= 3 \end{aligned} \quad \left(\text{Все условия удовлетворяются.} \right) \Rightarrow$$

1 попадание в 7; 1 попадание в 8; 3 попадания в 10.

Ответ: $x = 1$	Где x кол-во попаданий в 7
$y = 1$	y кол-во попаданий в 8
$z = 3$	z кол-во попаданий в 10

Задача 4. Пусть: Н - женщины

М - мужчины.

т.к 10% Н и 20% М предпочитают пить из чашек;
20% Н и 35% М предпочитают пить из бокалов;
70% Н и 45% М без разницы из чего пить.

Пусть: $10x = 100\%$ Н; $20y = 100\%$ М, тогда

x Н и $4y$ М из чашек

$2x$ Н и $7y$ М из бокалов

$7x$ Н и $9y$ М из бокалов.

т.к 50% посуда не имеет значения $\Rightarrow$

$$50\% = 7x + 9y = \frac{10x + 20y}{2}$$

$$7x + 9y = 5x + 10y$$

$$2x = y \Rightarrow 100\% \text{ Н} = 10x; 100\% \text{ М} = 40x \Rightarrow$$

$$40x + 10x = 100\% \text{ населения.}$$

$$50x = 100\%$$

Н $1x$ пить из чашки

М $4y = 8x$ пить из чашки

$$\Rightarrow 1x + 8x = 9x \text{ пьют из чашки}$$

$$\Rightarrow \frac{9x}{50x} \cdot 100\% = 18\% \text{ жителей предпочитают пить из чашки.}$$

Ответ: 18%

Задача 3.

x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 + ax + b = 0$;

x_1 и $2x_2$ - корни уравнения $x^2 + 3bx + a = 0$.

По теореме Виета : $x_1 \cdot x_2 = b \Rightarrow a = 2b \Rightarrow$
 $x_1 \cdot 2x_2 = a$

$$x^2 + ax + b = x^2 + 2bx + b = 0 ; x^2 + 3bx + a = 3x^2 + 3bx + 2b = 0$$

Если из второго уравнения отнять первое, то получим

$$x^2 + 3bx + 2b - (x^2 + 2bx + b) = 0$$

$$bx + b = 0 ; b(x + 1) = 0 \Rightarrow x = -1 . \Rightarrow$$

$$x^2 + 2bx + b = 1 - 2b + b = 1 - b = 0 \Rightarrow b = 1$$

Проверка:

$$a = 2b = 2 .$$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot 1 = 4 - 4 = 0$$

$$x_1 = \frac{-2 + 0}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-2 - 0}{2} = -1$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 2 = 9 - 8 = 1$$

$$x_1 = \frac{-3 + 1}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-3 - 1}{2} = -2 . \Rightarrow$$

Условие, что x_1 - корни и первого и второго уравнений - удовлетворяет; x_2 и $2x_2$ корни первого и второго уравнения соответственно удовлетворяет $\Rightarrow$

Ответ: $b = 1 ; a = 2$

не все
ответы .

Задача 5.

$$\begin{cases} x + 3xy + y = 9 \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \end{cases} \quad \left| \quad x(1+3y) + y = 9 \quad \right| \quad x = \frac{9-y}{1+3y}$$

$$\Rightarrow x^2 + xy + y^2 = \left(\frac{9-y}{1+3y} \right)^2 + \frac{9-y}{1+3y} \cdot y + y^2$$

$$x^2 + xy + y^2 - 7 = 0 \Rightarrow \left(\frac{9-y}{1+3y} \right)^2 + \frac{9-y}{1+3y} \cdot y + y^2 - 7 = 0$$

Раскрыв все скобки, приведя все к общему знаменателю, а потом от него избавиться, то получится многочлен 4 степени

$\Rightarrow$ Решив это уравнение по теореме?

Бизе, получили что $y_1 = 1$; $y_2 = 2$ $\Rightarrow$

$$x_1 = \frac{9-1}{1+3} = \frac{8}{4} = 2 \quad ; \quad x_2 = \frac{9-2}{1+3 \cdot 2} = \frac{7}{7} = 1$$

Ответ: $x_1 = 2$; $x_2 = 1$ *это все*

$$y_1 = 1; y_2 = 2.$$

Задача 1.

$$A = 81 \cdot \sqrt[3]{81 \sqrt[3]{81} \dots} = 81 \cdot 9 = 729$$

Ответ: $A = 729$

решено
✓