ГАЗПРОМ
ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР М 1 0 0 2

Класс 10 Вариант 22. Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания ауд 204, ТПУ

Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5	0	15	~~20~~ 10.	20.	25					75	семьдесят пять	

№1.

$$A = 13^{2017} + 13^{2018} + 13^{2019} = 13^{2017}(1+13+169) = 13^{2017}\cdot 3\cdot 61 \Rightarrow$$

$A \vdots 61$

№3

$$\begin{cases} x+3xy+y=9 \\ x^2+y^2+xy=7 \end{cases} \quad (x+y)^2-xy=7$$

Пусть $a=x+y$; $b=xy$

$$\begin{cases} a+3b=9 \\ a^2-b=7 \end{cases} \Rightarrow b=a^2-7$$

$a+3a^2-21=9$

$3a^2+a-30=0$

$D=1+360=19^2$

$a_{12}=\frac{-1\pm 19}{6}=-\frac{10}{3};3$

$a_1=-\frac{10}{3}$

$\Downarrow$

$3b_1=9-a_1=\frac{27}{3}+\frac{10}{3}=\frac{37}{3}$

$\Downarrow$

$b_1=\frac{37}{9}$

$\Downarrow$

$x+y=-\frac{10}{3} \Rightarrow y=-\frac{10}{3}-x$

$xy=\frac{37}{9}$

$\left(-\frac{10}{3}-x\right)x=\frac{37}{9}$

$a_2=3$

$\Downarrow$

$b_2=\frac{9-a_2}{3}=2$

$\Downarrow$

$x+y=3 \Rightarrow y=3-x$

$xy=2 \Rightarrow x(3-x)=2$

$x^2-3x+2=0$

$(x-1)(x-2)=0$

$x=1;2$

$y=2;1$

$x^2+\frac{10}{3}x+\frac{37}{9}=0$

$D=\frac{100}{9}-\frac{148}{9}=-\frac{48}{9}<0 \Rightarrow$ при $a_1=-\frac{10}{3}$, а $b_1=\frac{37}{9}$ решений

Ответ: (1; 2); (2; 1)

№4.

$$\sqrt[n]{\sqrt{2013}+\sqrt{2014}}+\sqrt[n]{\sqrt{2018}-\sqrt{2017}}>2$$

т.к. $\sqrt{2018}>\sqrt{2017}$ => от четности и знак $\sqrt[n]{\sqrt{2018}-\sqrt{2017}}$ не зависит, он всегда +.

$\sqrt[n]{\sqrt{2018}+\sqrt{2017}}>0$ $\Downarrow$ $\Downarrow$ $\sqrt[n]{\sqrt{2018}-\sqrt{2017}}>0$

$\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}\geqslant 2\sqrt{ab}$

По неравенству Коши м/у средним арифметическим и средним геометрическим для не отрицательн. членов

$\sqrt[n]{\sqrt{2013}+\sqrt{2014}}+\sqrt[n]{\sqrt{2018}-\sqrt{2017}}\geq 2\sqrt[2]{\sqrt[n]{2018-2017}}=2$, но равенство в данном неравенстве достигается т/о при равенстве обоих членов, но $\sqrt[n]{\sqrt{2018}+\sqrt{2017}}\neq\sqrt[n]{\sqrt{2013}-\sqrt{2017}}$ при всех $n\in N$

ЧТД

№5.

Пусть на геологораз. фак. подано (x) заявок, тогда на фак. перераб. мин. сырья поступило ($x+800$) заявок. Тогда если девушек, подавших на фак. геологораз. (y), тогда подавших на фак. переработки мин. сырья ($5y$) девушек; также если юношей, подавших на геологораз. фак. (z) то подавших на фак. переработки мин. сырья ($n\cdot z$) юношей, где $6\leq n\leq 9$. Известно, что среди абитур., подавших заяв. на геологоразведочный фак. юношей на 60 больше, чем девушек, то есть $z=y+60$.

Также

$$-\begin{cases}x=y+z=2y+60\\x+800=5y+nz=(n+5)y+60n\end{cases}$$

$$800=(n+3)y+60n-60$$

$$860-60n=(n+3)y$$

Пусть $n=6$, тогда
$500=9y\Rightarrow y=\frac{500}{9}\notin N$, но $y\in N$

Пусть $n=7$
$440=10y\Rightarrow y=44$
Подходит

Пусть $n=8$
$380=11y$
$y=\frac{380}{11}\notin N$, но $y\in N$

Пусть $n=9$
$320=12y\Rightarrow y=\frac{320}{12}\notin N$, но $y\in N$

Таким образом n=7, а y=44

$\Downarrow$

$x = 2y+60 = 148 \Rightarrow 2x+800 = 1096$

Ответ: 1096 заявлений.

№6.

$y=-2x+\sqrt{(x-5)^2(x-2)^2}=-2x+\sqrt{((x-5)(x-2))^2}=-2x+|(x-5)(x-2)|$

При $x\geq 5$ и $x\leq 2$ $(x-5)(x-2)\geq 0 \Rightarrow y=x^2-9x+10$, $x\in[5;6]$ ~~$x\leq 2$~~, ~~$x\geq 5$~~

учитывая пром $[2,25;6$

При $x\in(2;5)$ $(x-5)(x-2)<0 \Rightarrow y=-2x-x^2+7x-10=-x^2+5x-1$

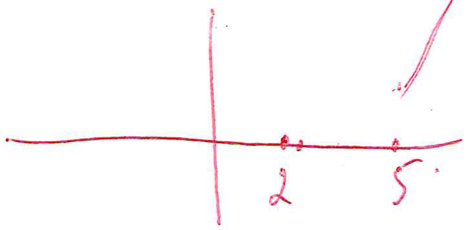
Т.к. $y=-x^2+5x-10$ — функция график которой парабола, направлена ветвями вниз, $x\in[2,25;5)$ то ее наиб значение при $x_0=\frac{-5}{-2}=\frac{5}{2} \Rightarrow -\frac{25}{4}+\frac{25}{2}-10=\frac{25}{4}-\frac{40}{4}=-3,7$

$2,5$ входит в промежуток

А наим значения на данном промежутке у такой парабо на одном из крайних значениях промежутка ~~то есть 2 или 5~~ при 2,25 или 5, но т.к. 5 дальше от вершины то при $x=$

Т.к. $y=x^2-9x+10$ функция график которой параболы, у которой ветви направ. вверх, то ее наим знач при $x_0=\frac{9}{2}=4,5$ не входит в промежуток $\Rightarrow$ наим. значение при ближайшем x, т.е при $x=5$, а наиб при $x=6$ $x\in[5;6]$

$\Downarrow$ $y=-10$ $\Downarrow$ $y=-8$



Ответ: $y_{наиб}=-3,75$, при $x=2,5$
$y_{наим}=-10$, при $x=5$

№2.

Пусть x — скорость первого пловца $\Rightarrow$

$(x+2м/с)\cdot 2с = 50м-\left(23м+\frac{34м}{2м/с}\cdot x\right) = 37м-\frac{37}{2}с\cdot x \Rightarrow$

$2xс+4м=37м-\frac{37}{2}с\cdot x$

$20,5x\cdot с=33м$

$x=\frac{33}{20,5}м/с$ ~~$\frac{10,5}{4}$~~

Пусть t — интервал, через который они поплыли, тогда

$$x\cdot t+\frac{x\cdot t}{2-x}\cdot x=23$$

$$xt\left(1+\frac{x}{2-x}\right)=23$$

$$\frac{2xt}{2-x}=23$$

$$\frac{\cancel{2}\cdot\frac{33}{\cancel{20{,}5}}\cdot t}{\frac{41}{\cancel{20{,}5}}-\frac{\cancel{33}}{20{,}5}}=23$$

$$\frac{\cancel{8}\ 4}{\cancel{20{,}5}}$$

$$t=\frac{92}{33}\text{ с.}$$

Ответ: $\frac{92}{33}$ с.