



ШИФР

3 3 7 0 3

Класс 11 Вариант 21 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	5	0	10	10	0	45	45	сорок пять	3/3

№ 1. $y = e^{-x}$ ($y^{2013} = ?$)

$y' = -e^{-x}$ $y'' = e^{-x}$ $y''' = -e^{-x} \Rightarrow y^{2013} = e^{-x}$

< 0 > 0 < 0
на четных производных будет $e^{-x} \Rightarrow$

Ответ: $y^{2013} = e^{-x}$

№ 3. пусть n - количество деталей, тогда:

$0,952 < n < 0,982$ где $n \in \mathbb{N}$ $n_{\min} = ?$

$9,52 < n < 9,82$ умножим на 2

$18,54 < n < 19,64 \Rightarrow n = 19$

т.к. $n < 18$ не будет целых n .

Ответ: 19

№ 5.

$y = x^2 + 6x$ $y = x^2 + 6x + 9 - 9 = (x+3)^2 - 9$

$x_0 = -2$

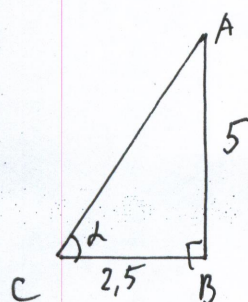
$y' = 2x + 6$

$y'(x_0) = -4 + 6 = 2$

$y(x_0) = 4 - 6 \cdot 2 = -8$

тогда $y_{\text{кас}}(x_0) = y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0) =$

$= -8 + 2(x + 2) = 2x + 4 - 8 = 2x - 4$



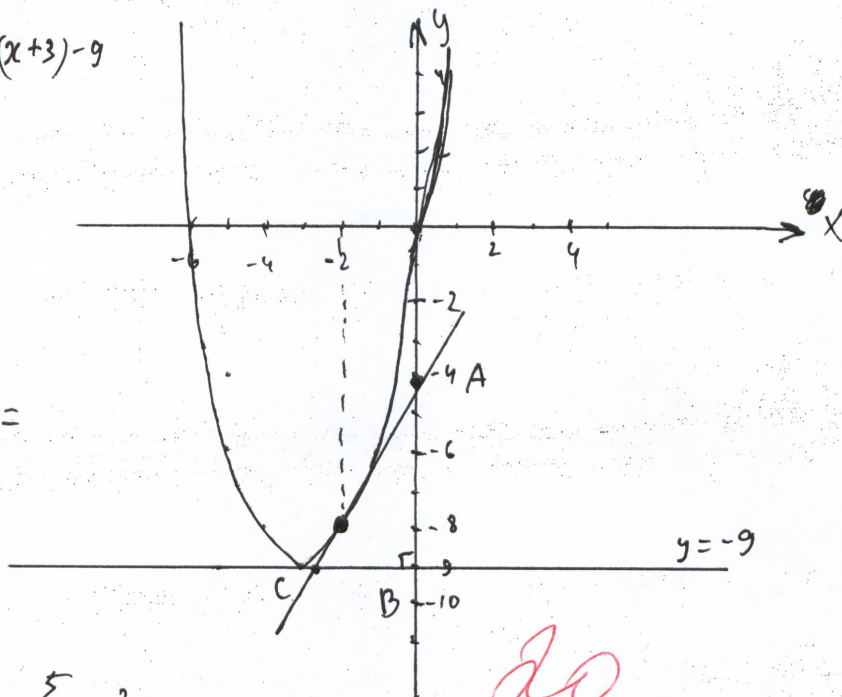
$\tan \alpha = (2x - 4)'$

$\tan \alpha = 2$

$\tan \alpha = \frac{AB}{BC} = 2$ $\frac{5}{BC} = 2$

$BC = 2,5$

$S_{ABC} = \frac{2,5 \cdot 5}{2} = 6,25$



Ответ: $S_{ABC} = 6,25$

№ 5.

$$\begin{cases} x^2 \cdot \log_5(y-4) - 2x^2 = \frac{3x \cdot \ln(y-4)}{\ln 25} - 2x^3 & x, y = ? \\ 2xy - 8x = x^2(y-4) + 1 \end{cases}$$

$$\boxed{y > 4}$$

$$\begin{cases} x^2 \cdot \log_5(y-4) - 2x^2 = 3x \cdot \log_{125}(y-4) - 2x^3 \\ 2x(y-4) = x^2(y-4) + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 \cdot \log_5(y-4) - 2x^2 = x \cdot \log_5(y-4) - 2x^3 \\ x^2(y-4) - 2x(y-4) + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 \cdot \log_5(y-4) - 2x^2 = x \log_5(y-4) - 2x^3 \\ x^2(y-4) - 2x(y-4) + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x \cdot \log_5(y-4) - 2x - \log_5(y-4) + 2x^2) = 0 \\ x^2(y-4) - 2x(y-4) + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(\log_5(y-4)(x-1) + 2x(x-1)) = 0 \\ x^2(y-4) - 2x(y-4) + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(x-1)(\log_5(y-4) + 2x) = 0 \\ x^2(y-4) - 2x(y-4) + 1 = 0 \end{cases}$$

тогда найдем 3 системы:

$$\begin{cases} x=0 \\ x^2(y-4) - 2x(y-4) + 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x-1=0 \\ x^2(y-4) - 2x(y-4) + 1 = 0 \end{cases}$$

при $x=0$ нет решений

$$\begin{cases} x=1 \\ (y-4) - 2(y-4) + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y-4 - 2y+8+1=0 \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} x=1 \\ y=5 \end{cases}}$$

$$y=5 \in y > 4$$

$$\begin{cases} \log_5(y-4) + 2x = 0 \\ x^2(y-4) - 2x(y-4) + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_5(y-4) = -2x \\ y-4 = \frac{-1}{x^2-2x} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y-4 = 5^{-2x} \\ y-4 = \frac{-1}{x^2-2x} \end{cases}$$

ШИФР

--	--	--	--	--

$$5^{-2x} = \frac{-1}{x^2 - 2x}$$

$$\frac{1}{25^x} = \frac{1}{2x - x^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 25^x = -x^2 + 2x$$

решим графически уравнение:

$$25^x = -(x-2)^2 + 4$$

$$z = 25^x$$

$$z = -(x-2)^2 + 4$$

из графика видно ~~что~~ что эти

графики никуда не пересекаются. $\Rightarrow$ нет решения.

20

Ответ: (1; 5)

№ 6.

$$\begin{cases} x^8 + y^8 + z^8 = 1 \\ x^4 - 2y^4 + 3z^4 = \sqrt{42} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^8 + y^8 + z^8 = 1 \\ x^4 - 2y^4 + 3z^4 = \sqrt{42} \end{cases}$$

нормы $\vec{n} (1; 1; 1)$

$\vec{m} (x^8; y^8; z^8)$

$\vec{a} (x^4; y^4; z^4)$

$\vec{b} (1; -2; 3)$

$$\vec{n} \cdot \vec{m} = 1$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{42}$$

$$\cos(\angle \vec{n} \vec{b}) = \frac{1 - 2 + 3}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{14}} = \frac{2}{\sqrt{42}}$$

05

