ГАЗПРОМ

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 34345

Класс 9 **Вариант** 22 **Дата Олимпиады** 09.02.19

Площадка написания ____________

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	—	10	8	20	15	15	68		

№3

$x^2+ax+b=0 \Rightarrow x_1, x_2$

$x^2+3bx+a=0 \Rightarrow x_1, 2x_2$

По Виету:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-a \\ x_1+2x_2=-3b \\ x_1x_2=b \\ 2x_1x_2=a \end{cases} \Rightarrow 1)\ a=2b$$

$2)\ \begin{rcases} x_1+x_2=-2b \\ x_1+2x_2=-3b \end{rcases} \Rightarrow x_2=-b \Rightarrow b=-x_2$

$3)\ x_1x_2=-x_2$

$\underline{x_1=-1}$

$4)\ -1-b=-2b$

$-1=-b$

$\underline{b=1}$ $\Rightarrow 5)\ \underline{a=2} \Rightarrow \underline{x_2=-1}$

$x^2+2x+1=(x+1)^2=0 \Rightarrow x_1=-1;\ x_2=-1$

$x^2+3x+2=x^2+2x+x+2=x(x+2)+(x+2)=(x+1)(x+2)=0 \Rightarrow x_1=-1;\ x_2=2\cdot(-1)$

ч. т. д.

Ответ: $b=1;\ a=2$

±

№ 4

Пусть женщин всего x, а мужчин – y

$0{,}7x+0{,}45y=0{,}5(x+y)$

$0{,}7x+0{,}45y=0{,}5x+0{,}5y$

$0{,}2x=0{,}05y$

$20x=5y$

$4x=y$ => всего в городе 5x взрослых людей.

0,2 y – предпоч. мужчин пить из чашек

0,1 x – предпоч. женщин пить из чашек

$0{,}2y+0{,}1x=0{,}8x+0{,}1x=0{,}9x$

% любящих пить из чашек $=\frac{0{,}9x}{5x}\cdot 100\%=18\%$

Ответ: 18%

+

№ 5

$$\begin{cases} x+3xy+y=9 \\ x^2+y^2+xy=7 \end{cases} \Rightarrow$$

1) $x(3y+1)=9-y$

$x=\frac{9-y}{3y+1}$

! $3y+1\neq 0$, т.к. если $3y+1=0$ => $y=-\frac{1}{3}$

$\cancel{x-\frac{1}{3}\cdot 3\cdot x}+\left(-\frac{1}{3}\right)=9$

$-\frac{1}{3}=9$, а это не так

2) $\left(\frac{9-y}{3y+1}\right)^2+y^2+y\left(\frac{9-y}{3y+1}\right)=7$

$\frac{81-18y+y^2}{9y^2+6y+1}+y^2+\frac{9y-y^2}{3y+1}(3y+1=7$!

$(3y+1)^2$!

$\frac{-3y^3+27y^2-9y+81}{9y^2+6y+1}+y^2=7$

$-3y^3+27y^2-9y+81+9y^4+6y^3+y^2=63y^2+42y+7$

$9y^4+3y^3-35y^2-51y+74=0$ =>

$\Rightarrow (y-1)(y-2)(9y^2+30y+37)=0$

1) $y=1 \Rightarrow x=2$

2) $y=2 \Rightarrow x=1$

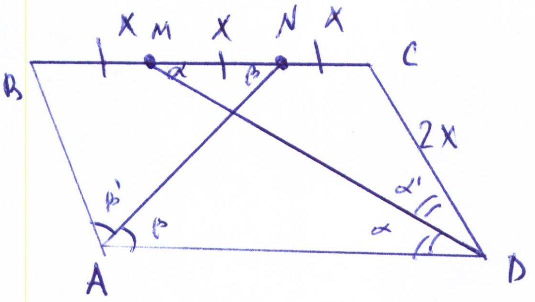
3) $9y^2+30y+37=0$

$D=30^2-36\cdot 37<0 \Rightarrow y\in\varnothing$

Ответ: (1;2), (2;1)

№ 6

1)



Дано: ABCD – пар., DM и AN – биссектр.,
p = 56, BM = MN = CN = x

Найти: CD = ? BC = ?
AB = ? AD = ?

Решение: ∠CMD = α, т.к. накрест. ⇒
⇒ ∠CMD = ∠CDM, т.к. MD – бисс. ⇒ △MCD р/б ⇒
⇒ CD = 2x ⇒ по аналогии AB = 2x.
AD = 3x, т.к. ABCD – параллелогр. ⇒
⇒

$3x+3x+2x+2x=56$

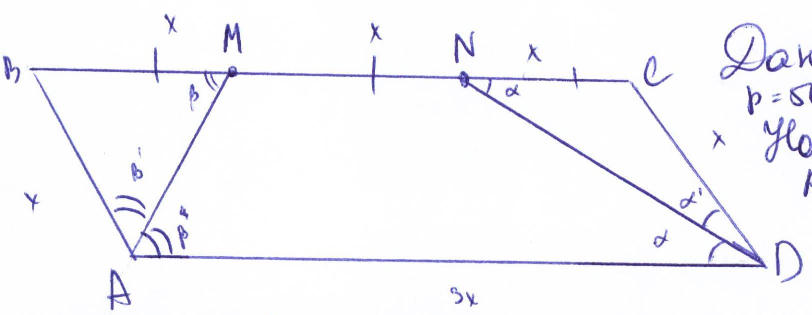
$10x=56$

$x=5{,}6 \Rightarrow CD = AB = 11{,}2$

$\Rightarrow BC = AD = 16{,}8$

Ответ: AB = CD = 11,2
BC = AD = 16,8

2)



Дано: ABCD – пар., DN и AM – бисс.,
p = 56, BM = MN = NC = x

Найти: CD = ? AD = ? AB = ? BC = ?

Решение: ∠CND = α, т.к.
∠NDA = α, и они накр. леж. ⇒
⇒ ∠CND = ∠CDN ⇒ △CND р/б ⇒
⇒ CD = x ⇒ AB = x. AD = 3x, т.к. ABCD – пар. ⇒ $3x+3x+x+x=56 \Rightarrow x=7$ ⇒
⇒ AB = 7; AD = 21; DC = 7; BC = 21

Ответ: AB = CD = 7
BC = AD = 21

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

№ 2

$10-5=5$ выстрелов не в 9-ку

$90-5\cdot 9=45$ очков за выстрелы в 7, 8, 10

$7x+8y+10z=45$

$x+y+z=5$

Сумма попаданий в 7 и 8 (очков, полученных за попадание) должна делиться на 5, т.к. $10 \vdots 5$ и $45 \vdots 5$.

Предположим, что стрелок попал в 7-ку боле одного раза. Значит, либо он должен ещё 4 раза попасть в 7-ку (чтобы сумма была $\vdots 5$), что невозможно, т.к. в таком случае он не стрелял в 8 и 10 вовсе. Либо он должен попасть также больше одного раза в 8-ку ⇒ ⇒ максимальная сумма очков в таком случае может быть равна $7\cdot 2+8\cdot 2+10=40$, а это меньше 45. Не попасть в 7-ку он не мог, т.к. это противоречит условию задачи. Значит, он попал 1 раз в 7-ку, 1 раз в 8-ку и 3 раза в 10-ку

Ответ: в семёрку – 1, в восьмёрку – 1, в десятку – 3

№ 1

Будем возводить всё в куб и выделять куб до тех пор, пока из-под большего куба не исчезнут меньшие ⇒ $\sqrt[3n]{81^{3n}\cdot 81^{3n-3}\cdot\ldots 81^{1}}$ ⇒ сумма всех степеней = $(3n+1)$.