



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$



ШИФР

3 8 3 4 7

Класс 9 Вариант 21 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ		Подпись
							Цифрой	Прописью	
Оценка	24	15	20	20	15		80		<i>OK</i>

~ 2

Пусть x, y, z полагается в семерку, восьмерку и девятку соответственно. Тогда:

$$\begin{cases} 7x + 8y + 9z = 90 - 4 \cdot 10 \\ x + y + z = 10 - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x + 8y + 9z = 50 \\ x + y + z = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x + 7y + 7z = 42 \\ y + 2z = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = 4 - t \\ y = 0 + 2t \\ x = 6 - y - z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = 4 - t \\ y = 2t \\ x = 2 - t \end{cases}, \text{ где } t - \text{ нек. целое число.}$$

П.к. $z, y, x > 0 \Rightarrow 0 < t < 2$ (из $2t > 0$ и $2-t > 0$) \Rightarrow

$t = 1 \Rightarrow z = 3, y = 2, x = 1$

Ответ: 1 полагается в семерку, 2 в 8 и 3 в 9
(1 - в 7, 2 - в 8, 3 - в 9). +

ШИФР

--	--	--	--	--	--

№ 3

$$x^2 + ax + b = 0 \quad | x_1, x_2 - \text{корни}$$

$$x'^2 - bx' + a^2 = 0 \quad | (x_1 - x_2), (x_1 + x_2) - \text{корни}$$

по т. Виета

$$\begin{cases} x_1 x_2 = b & \textcircled{1} \\ x_1 + x_2 = -a \\ x_1^2 - x_2^2 = a^2 \\ x_1 - x_2 + x_1 + x_2 = b \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 x_2 = b & \textcircled{2} \\ 2x_1 = b \\ x_1 + x_2 = -a \\ x_1^2 - x_2^2 = a^2 \end{cases}$$

1) $x_1 x_2 = 2x_1$

если $x_1 = 0$

$$b = 2x_1 = 0$$

$$\begin{cases} a = -x_2 \\ a^2 = -x_2^2 \end{cases} \Rightarrow x_2^2 = -x_2^2$$

$$x_2 = 0$$

$$a = 0$$

если $x_1 = 0 \Rightarrow$

$$x_2 = 0, a = b = 0$$

2) $x_1 x_2 = 2x_1$
если $x_1 \neq 0$
 $x_2 = 2$

$$\begin{cases} x_1 + 2 = -a \\ x_1^2 - 4 = a^2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} x_1^2 + 4x_1 + 4 &= x_1^2 - 4 \\ 4x_1 &= -8 \\ x_1 &= -2 \end{aligned}$$

подставим x_1, x_2 в $\textcircled{1}$

$$\begin{cases} b = x_1 x_2 \\ a = x_1 + x_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \cdot 2 \\ a = -2 + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -4 \\ a = 0 \end{cases}$$

Ответ: $a = 0, b = 0$ при $x_1 = x_2 = 0$
 $a = 0, b = -4$ при $x_1 \neq 0$.

+

ШИФР

--	--	--	--	--

№ 4

пусть m - кол-во мужчин, g - кол-во женщин.

	голки	боксы	без разн
m	$0,1m$	$0,3m$	$0,6m$
g	$0,4g$	$0,15g$	$0,45g$
Все	$x(m+g)$	$(0,478-x)(m+g)$	$0,522(m+g)$

$$\begin{cases} 0,6m + 0,45g = 0,522(m+g) \\ 0,3m + 0,15g = (0,478-x)(m+g) \\ 0,1m + 0,4g = x(m+g) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,6m + 0,45g = 0,522(m+g) \\ 0,6m + 0,3g = 2(m+g)(0,478-x) \\ 0,6m + 2,4g = 6(m+g)x \end{cases}$$

x - доля взрослых с "результативными голами"

$$\begin{cases} -0,15g = (m+g)(2 \cdot 0,478 - 2x - 0,522) \\ 1,95g = (m+g)(6x - 0,522) \end{cases}$$

$$+ \frac{1,95g}{0,15g} = + \frac{(6x - 0,522)(m+g)}{(2x - 0,434)(m+g)}$$

$$13 = \frac{6x - 0,522}{2x - 0,434} \quad | x \neq 0,277$$

$$26x - 5,842 = 6x - 0,522$$

$$20x = 5,32$$

$$x = 0,266 \quad \text{или} \quad 26,6\%$$

Ответ: 26,6% +

№ 5

$$\begin{cases} 2x - xy + 2y = 6 \\ x^2 - 3xy + y^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x+y) - xy = 6 \\ (x+y)^2 - 5xy = 5 \end{cases}$$



$$(ab)c = a(bc)$$

$$E = mc^2$$

Использовать только эту сторону листа,
обратная сторона не проверяется!

ШИФР

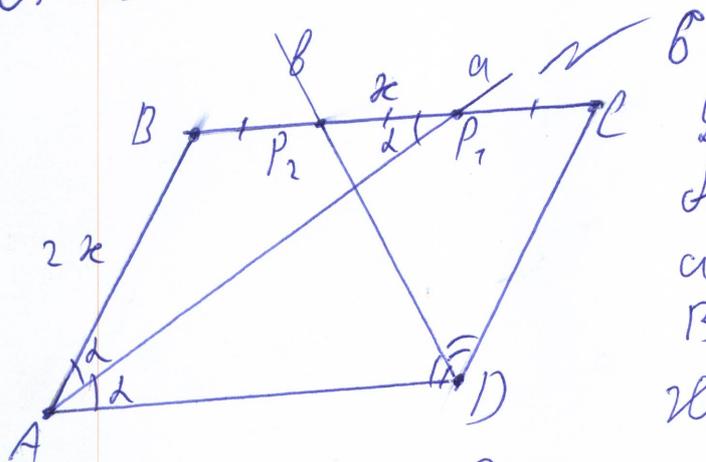
--	--	--	--	--

пусть $a = (x+y)$, $b = xy$, тогда:

$$\begin{cases} 2a - b = 6 \\ a^2 - 5b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10a - 5b = 30 \\ a^2 - 5b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2a - 6 \\ a^2 - 10a + 25 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - y \\ 5y - y^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 5y + 4 = 0 \\ x = 5 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 4, x_1 = 1 \\ y_2 = 1, x_2 = 4 \end{cases}$$

Ответ: $(1, 4); (4, 1)$ +



Дано: $ABCD$ - параллелограмм, a, b - секущие линии углов A и D соответственно.
 $a \cap BC = P_1$, $b \cap BC = P_2$
 $BP_2 = P_2P_1 = P_1C$. $P = 40$
 Найти: длины сторон.

Решение:

1) пусть $BP_2 = P_2P_1 = P_1C = x$;

$$\angle BAP_1 = \angle P_1AD = \alpha$$

2) $AD \parallel BC$, AP_1 - секущая $\Rightarrow \angle BAP_1 = \angle AP_1C = \alpha \Rightarrow$

$$AB = BP_1 = 2P_2P_1 = 2x$$

3) $AB = CD = 2x$

$$AD = BC = 3P_2P_1 = 3x$$

4) $AB + BC + CD + AD = 2x + 2x + 3x + 3x = 10x = 40 = P$

$$x = 4 \Rightarrow AB = CD = 8 \quad AD = BC = 12$$

Ответ: $AB = 8, CD = 8, AD = 12, BC = 12$.



ШИФР

--	--	--	--	--	--

$n \rightarrow$

$$(B_n) \quad 49, \quad 49 \cdot \sqrt[7]{49}, \quad 49 \sqrt[3]{49 \sqrt[7]{49}}$$

$$b_1 = 49 \quad b_n = 49 \sqrt[3]{a_{n-1}}$$

~~$$b_n = 3^{k_n} \sqrt[7]{7^{p_n}}$$~~

$$b_n = \sqrt[3]{7^{p_n}}$$

$$(k_n) \quad 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$k_n = n - 1$$

$$(p_n) \quad 2, 2 + 6, 2 + 6 + 78, \dots$$

$$p_n = 2(3^0 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-1})$$

$$p_n = 3^n - 1$$

$$b_n = \sqrt[3]{7^{3^{n-1} - 1}}$$

$$b_n = 7$$

Answer: $A = 243$

21