ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР 38707

Класс 11 Вариант 21 Дата Олимпиады 09.02.2019

Площадка написания УГНТУ

Задача	1	2	3	4	5	6	Σ Цифрой	Σ Прописью	Подпись
Оценка	5		0	20	20	–	45	сорок пять	

Задание 1

$y=e^{-x}$ Найти: производную 2018-го порядка

Решение:

$y'=(e^{-x})'=-e^{-x}$ ⇒ каждая ~~четного~~ производная четного порядка будет равна $y=e^{-x}$

$y''=(-e^{-x})'=e^{-x}$

Значит производная 2018-го порядка, т.к. 2018 – число четное, тоже будет равна $y=e^{-x}$

$y^{(2018)}=e^{-x}$

5

Ответ: e^{-x}

Задание 3

Решение:

1) Найдем наибольшие общие делители чисел 95,2; 98,2; 98,2–95,2. Методом подбора таковым является 0,2, что, в свою очередь, является $\frac{1}{n}\cdot 100\%$, где n – кол-во деталей

$\frac{1}{n}\cdot 100\% = 0{,}2\%$, откуда $n=500$

Ответ: 500

0б

ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ГАЗПРОМ

Использовать только эту сторону листа, обратная сторона не проверяется!

ШИФР

Задание 5

Решение:

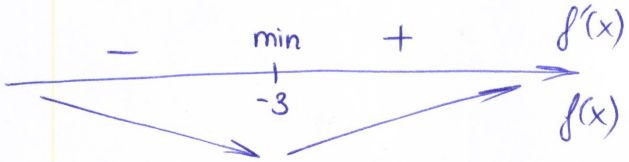
$y = 6x + x^2$

1) $y' = 6 + 2x$

Найдем экстремум: $y' = 0$

$6 + 2x = 0$

$x = -3$



Т.к. касательная проведена в точке минимума данной функции, то она $\parallel Ox$ и задается ф-ой $y = f(x) = y(min)$

$f(x) = -9$

2) Найдем $k_{кас.}$ в т. $x_0 = -2$

$k_{кас.} = y'(x_0) = y'(-2) = 2$

~~$y(a)$~~ $y(x_0) = 6 \cdot (-2) + 4 = -8$

Составим ур-е касательной в т. $x_0 = -2$

$y = y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0)$

$y = 2x - 4$

3) ~~Т.к. касательная в т. min занимает~~

Сместим касательную на 9 единиц вверх, вдоль оси Oy, тогда

$$S = \int_{-2,5}^{0} (2x+5)dx = x^2 + 5x \Big|_{-2,5}^{0} = 0 - (6,25 - 12,5) = 6,25 \text{ кв. единиц}$$

Ответ: 6,25 квадратных единиц.

до

Задание 4

$$\begin{cases} x^2\log_5(y-4)-2x^2=\dfrac{3x\cdot\ln(y-4)}{\ln 125}-2x^3 \\ 2xy-8x=x^2(y-4)+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2\log_5(y-4)-2x^2=3x\cdot\dfrac{\ln(y-4)}{\ln 125}-2x^3 \\ 2x(y-4)=x^2(y-4)+1 \end{cases}$$

Пусть $a=y-4$, заметим, что $a>0$, тогда:

$$\begin{cases} x^2\log_5 a-2x^2=3x\dfrac{\ln a}{\ln 125}-2x^3 \\ 2xa=x^2a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2(\log_5 a-2)=3x\cdot\log_{125}a-2x^3 \\ xa(2-x)-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(x\log_5 a-2x-\log_5 a+2x^2)=0 \\ xa(2-x)-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x\log_5 a-2x-\log_5 a+2x^2=0 \end{array}\right. \quad (2) \\ ax(2-x)-1=0 \quad (1) \end{cases}$$

Выразим a через x в уравнении (1) и подставим его в уравнение (2)

$$a=\frac{1}{x(2-x)}$$

$$x\left(\log_5\left(\frac{1}{x(2-x)}\right)-2+2x\right)-\log_5\left(\frac{1}{x(2-x)}\right)=0 \Leftrightarrow x(2x-\log_5(2x-x^2)-2)+\log_5(x(2-x))=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2-2x+\log_5(2x-x^2)-x\log_5(2x-x^2)=0 \Leftrightarrow (x-1)2x-(x-1)\log_5(2x-x^2)=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(2x-\log_5(2x-x^2))=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ 2x-\log_5(2x-x^2)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ 2x=\log_5(2x-x^2) \end{array}\right.$$

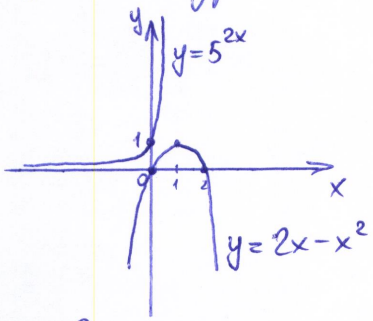
Получим систему:

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ 2x=\log_5(2x-x^2) \end{array}\right. \\ ax(2-x)-1=0 \end{cases}$$

Обр. замена:

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ 2x=\log_5(2x-x^2) \end{array}\right. \\ (y-4)x(2-x)-1=0 \\ y>4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ 2x=\log_5(2x-x^2) \end{array}\right. \\ (2x-x^2)(y-4)-1=0 \\ y>4 \end{cases} \overset{(3)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ 5^{2x}=2x-x^2 \end{array}\right. \\ (2x-x^2)(y-4)-1=0 \\ y>4 \end{cases}$$

Решим ур-е (3) графически



Наглядно убедимся в том, что ур-е (3) не имеет решения

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right. \\ (2x-x^2)(y-4)-1=0 \\ y>4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=5 \end{cases}$$

10

Ответ: $(1;5)$ V $x=1, y=5$